

# Allen and Arkolakis (2014)

## Trade and the Topography of the Spatial Economy

資料作成: 田中鮎夢

2026-03-30

# 1. 序論 (Introduction)

## 序論

- ▶ 空間上の経済活動は大きく偏在しているが、その原因が**立地固有の生産性・アメニティ**なのか、**地理的位置そのもの**なのかを切り分けるのは難しい。
- ▶ 本論文は、**重力構造の貿易**と**労働移動**を組み合わせ、任意に近い地理形状の上で空間経済均衡を解く一般均衡フレームワークを提示する。
- ▶ その枠組みを米国本土に適用し、**地理的位置が所得格差をどれだけ説明するか**、さらに**州間高速道路網が厚生にどれだけ寄与したか**を定量化する。

## 本論文の貢献

1. 任意の地理形状で成立する空間均衡モデルを構築する。
2. 存在・一意性・安定性の条件を示す。
3. 米国の交易費用・生産性・アメニティの地形を推定する。
4. 地理的位置だけで米国所得格差の少なくとも 20% を説明できることを示す。
5. 州間高速道路網の建設による厚生上昇を 1.1~1.4% と推定する。

## 2. 理論フレームワーク (Framework)

## 基本設定

- ▶ 空間は連続体  $S$  上の地点  $i \in S$  からなる。
- ▶ 各地点は1つの差別化財を生産し、貿易費用は冰山型  $T(i, j)$  で表す。
- ▶ 労働者は空間を自由に移動し、賃金と地域アメニティに基づいて居住地を選ぶ。
- ▶ 効用は CES 型であり、労働が唯一の生産要素である。

## 主な変数の定義

- ▶  $S$ : 経済活動が存在する空間全体
- ▶  $i, j, s \in S$ : 空間上の地点
- ▶  $L(i)$ : 地点  $i$  の労働者密度・人口密度
- ▶  $w(i)$ : 地点  $i$  の賃金
- ▶  $A(i)$ : 地点  $i$  の総合生産性
- ▶  $\bar{A}(i)$ : 地点  $i$  の外生的生産性
- ▶  $u(i)$ : 地点  $i$  の総合アメニティ
- ▶  $\bar{u}(i)$ : 地点  $i$  の外生的アメニティ
- ▶  $T(i, j)$ : 地点  $i$  から  $j$  への冰山型貿易費用
- ▶  $X(i, j)$ : 地点  $i$  から  $j$  への貿易額
- ▶  $P(i)$ : 地点  $i$  の CES 価格指数
- ▶  $W(i)$ : 地点  $i$  に住む労働者の厚生
- ▶  $q(s, i)$ : 地点  $s$  で生産され地点  $i$  で消費される財の量
- ▶  $\sigma$ : 財の代替弾力性
- ▶  $\alpha, \beta$ : 生産性・アメニティに対する人口スピルオーバーの強さ

## CES 効用・生産性・アメニティ

地点  $i$  の厚生は

$$W(i) = \left( \int_{s \in S} q(s, i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} u(i)$$

と書かれる。

生産性とアメニティには局所的スピルオーバーを許し、

$$A(i) = \bar{A}(i)L(i)^\alpha, \quad u(i) = \bar{u}(i)L(i)^\beta$$

と置く。

- ▶  $\alpha > 0$ : 生産性集積の強さ
- ▶  $\beta < 0$ : 混雑・住宅価格による負のアメニティ効果

## 重力方程式と価格指数

完全競争と CES の下で、地点  $i$  から  $j$  への貿易額は

$$X(i, j) = \left( \frac{T(i, j)w(i)}{A(i)P(j)} \right)^{1-\sigma} w(j)L(j)$$

価格指数は

$$P(j)^{1-\sigma} = \int_S T(s, j)^{1-\sigma} A(s)^{\sigma-1} w(s)^{1-\sigma} ds$$

となる。

- ▶ **価格指数**  $P(j)$  が、ある地点の「経済的近接性」を要約する十分統計量として機能する。

## 空間均衡の条件

- ▶ **厚生均等化**: 居住しているすべての地点で厚生が等しい。
- ▶ **市場清算**: 各地点の所得は販売額に等しい。
- ▶ **総労働供給制約**: 空間全体の人口合計は一定。

著者たちは、対称的な交易費用の下で、均衡を単一の非線形積分方程式に還元する。

## 存在・一意性・安定性

論文の中心結果は、スピルオーバーの強さを表す組み合わせ

$$\gamma_1 = 1 - \alpha(\sigma - 1) - \sigma\beta$$

などを用いて、

- ▶  $\gamma_1 > 0$  なら正則均衡は局所的に安定
- ▶ 集積力が分散力を上回りすぎない範囲では均衡は一意的
- ▶ 集積力が強すぎると、複数均衡や不安定均衡が発生

と整理できる。

## Economic Activity on a Line

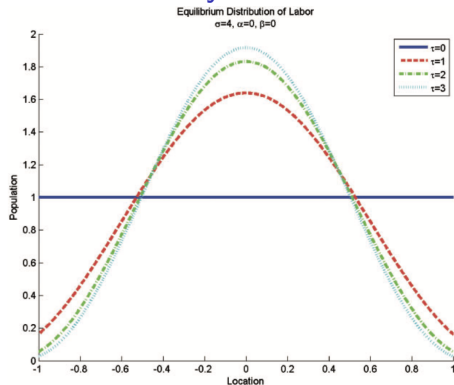


FIGURE III

Economic Activity on a Line: Trade Costs

図の説明: 線分上では、正の交易費用があると人口は中央に集まりやすく、集積力と分散力のバランスが人口分布を決める。

## Multiple Equilibria on a Circle

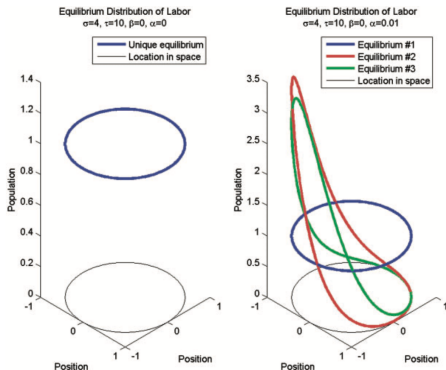


FIGURE VIII

Economic Activity on a Circle: Multiple Equilibria

図の説明: 円環では、スピルオーバーが強いと一意性が失われ、集積の中心が複数ありうる。

### 3. 地理的貿易費用 (Geographic Component)

## 地理のマイクロ基礎

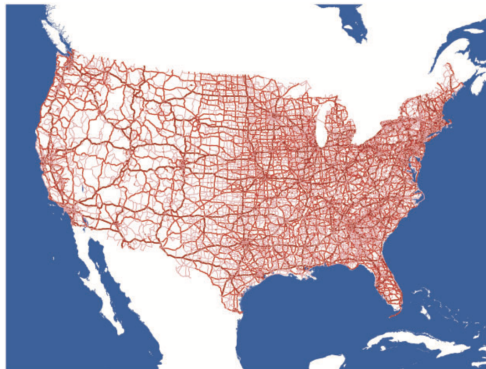
- ▶ 空間上の各点には瞬間的な移動費用  $\tau(i)$  があるとする。
- ▶ 二地点間の交易費用は、その表面上での**最小費用経路**に沿って蓄積される費用で決まる。
- ▶ したがって道路・鉄道・水路・国境・地形制約を、瞬間的費用の違いとして柔軟に埋め込める。

この仮定により、双方向の交易費用関数  $T(i, j)$  を、より低次元の「地理の地形」から導ける。

## ファスト・マーチング・メソッド (FMM)

- ▶ FMM は、与えられた空間上である地点から他地点までの**最小到達費用**を効率的に計算するアルゴリズムである。
- ▶ 本論文では、道路・鉄道・水路ごとに設定した瞬間的費用の地図を入力し、各起点から各終点までの**最小費用経路**を高速に計算するために使っている。
- ▶ これにより、単なる直線距離ではなく、実際の輸送ネットワーク形状を反映した  $d_m(i, j)$  を作れる。

## 米国の輸送ネットワーク



図の説明: 米国の道路・鉄道・内水路ネットワークを GIS 上に投影し、モード別の瞬時的交易費用を構築している。

## モード別の交易シェアと交易費用

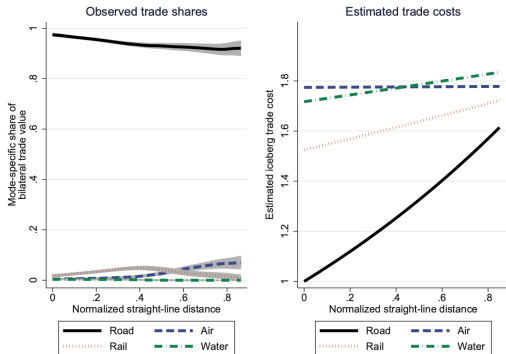


FIGURE X  
Mode-Specific Bilateral Trade Shares by Distance

図の説明: 左図は距離別の輸送モードシェア、右図は推定されたモード別交易費用であり、長距離ほど道路以外の相対的重要性が高まる。

## Road ・ Rail ・ Water ・ Air の比較

- ▶ **Road (道路)** は、固定費用が低く、短距離・中距離では圧倒的に有利である。
- ▶ そのため、米国内貿易の大部分は道路輸送が担っている。
- ▶ **Rail (鉄道) / Water (水路)** は、固定費用は相対的に高い一方、距離が伸びても費用の増え方が緩やかである。
- ▶ このため、長距離の大量輸送では、道路に対する強力な代替手段になる。
- ▶ **Air (航空)** は、固定費用が高いが、距離ペナルティは小さく、長距離でも迅速な輸送が可能である。
- ▶ そのため、重量物の大量輸送には向かない一方、遠距離の高付加価値・時間敏感的な輸送では重要な選択肢になる。

## 輸送モード推定で使う変数

- ▶  $m$ : 輸送モード (道路・鉄道・水運・航空など)
- ▶  $d_m(i, j)$ : 地点  $i$  から  $j$  への、モード  $m$  による正規化距離
- ▶  $a_m$ : モード  $m$  の距離比例的な可変費用パラメータ
- ▶  $b_m$ : モード  $m$  の固定費用パラメータ
- ▶  $\varepsilon_m$ : trader ごとのモード別 idiosyncratic cost
- ▶  $\pi_m(i, j)$ : 地点  $i$  から  $j$  への輸送で、モード  $m$  が選ばれるシェア
- ▶  $T_g(i, j)$ : 地理的要因に基づく総交易費用
- ▶  $C(i, j)$ : 言語・民族類似性や同一州などの非地理的貿易費用要因

## 離散選択による輸送モード推定

各 trader がモード  $m$  を選ぶ費用を

$$\exp(a_m d_m(i, j) + b_m + \varepsilon_m)$$

とすると、モード  $m$  の選択シェアは

$$\pi_m(i, j) = \frac{\exp(-a_m d_m(i, j) - b_m)}{\sum_k \exp(-a_k d_k(i, j) - b_k)}$$

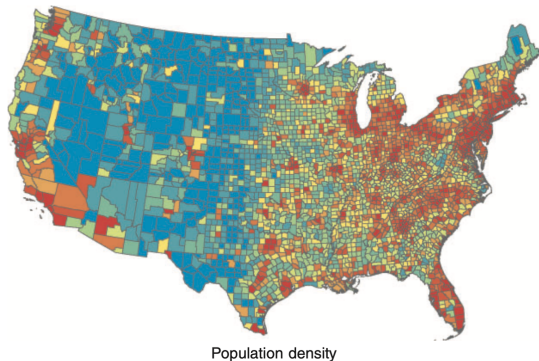
となる。

## 離散選択推定の解釈

- ▶ これにより、観測されたモード別輸送シェアから、相対的な輸送費用パラメータを推定できる。
- ▶ 離散選択の式だけでは、「道路より鉄道がどれだけ高いか」のような**相対的な費用差**は分かるが、**交易費用全体**がどれくらい大きいかという**絶対的な水準**までは決まらない。
- ▶ そこで論文では、観測された二国間貿易額に重力方程式を当てはめることで、**総交易費用の全体的な大きさ**も推定する。

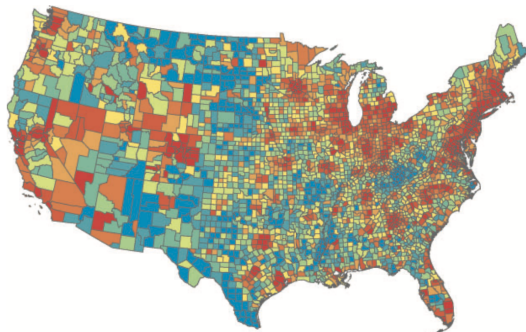
## 4. 米国空間経済の推定 (U.S. Economy)

## 観測される人口密度と賃金



図の説明: 2000年時点の米国における人口密度の空間分布。沿岸部と大都市圏に人口が集中している。

## 観測される賃金分布



Wages

FIGURE XII

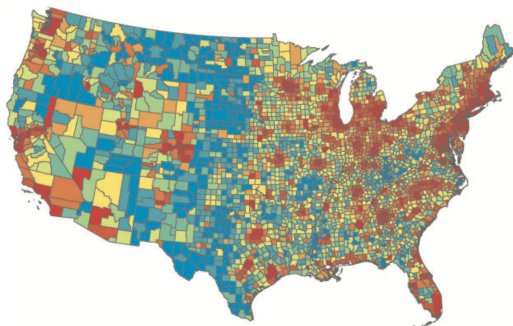
U.S. Population Density and Wages in 2000

図の説明: 2000年時点の相対賃金分布。人口分布と重なり合う部分も多いが、同じ高密度地域でも賃金には系統的差がある。

## 生産性・アメニティの識別

- ▶ 観測された賃金  $w(i)$  と人口  $L(i)$ 、そして推定された交易費用  $T(i, j)$  が与えられると、モデルと整合的な**複合生産性**と**複合アメニティ**は一意に復元できる。
- ▶ ただし、外生的な生産性・アメニティとスピルオーバー強度  $\alpha, \beta$  は、横断面データだけでは完全には分離できない。
- ▶ そのため、論文はまず複合値を復元し、その後にスピルオーバー仮定の下で外生部分を取り出す。

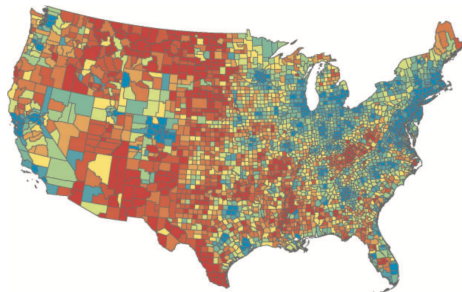
## 推定された複合生産性



Composite productivity

図の説明: 複合生産性は東海岸や五大湖周辺で高く、内陸の一部で低い。観測された賃金・人口を支える「総合的な生産力」を地図化したもの。

## 推定された複合アメニティ



Composite amenity

FIGURE XIII

Estimated Composite Productivity and Amenity

図の説明: 複合アメニティは生産性とは異なる空間パターンを示し、南フロリダや南カリフォルニアなどで高い。

## Geographic location が所得格差をどれだけ説明するか

均衡式から、所得  $Y(i) = w(i)L(i)$  は概ね

$$\log Y(i) = c + a \log \bar{A}(i) + b \log \bar{u}(i) + d \log P(i)$$

の形で書ける。

- ▶ ここで **price index**  $P(i)$  が geographic location の十分統計量
- ▶ Shapley 分解により、所得格差のうちどれだけが地理的位置によるものかを計算できる

## 地理的位置の寄与

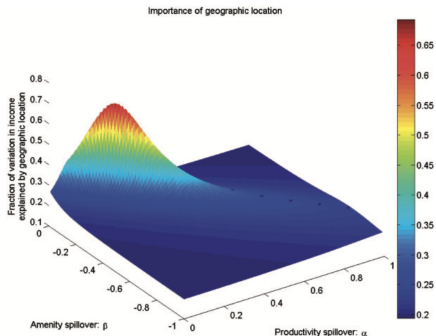


FIGURE XVI

Fraction of Spatial Inequality of Income Due to Geographic Location in the United States

図の説明: スピルオーバー強度ごとに、所得格差のうち地理的位置が説明する比率を示す。中心結果は**少なくとも 20%** である。

## 5. 州間高速道路網の反実仮想 (Counterfactual)

## Interstate Highway System を除去する実験

- ▶ 反実仮想では、高速道路網だけを取り除き、他の交通モードは維持する。
- ▶ 推定済みの外生生産性・アメニティを固定したまま、新たな交易費用の下で人口・賃金・厚生を再計算する。
- ▶ これにより、高速道路網が「経済的近接性」と空間分布をどれだけ変えたかを測る。

## 価格指数の上昇

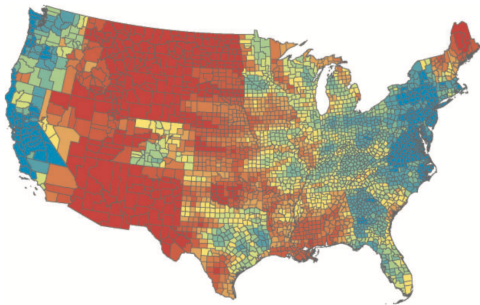


FIGURE XVII

Estimated Increase in the Price Index from Removing the Interstate Highway System

図の説明: 高速道路網を除去した場合の price index 上昇率で、ロッキー山脈周辺で影響が大きい。

## 人口再配分のメカニズム

- ▶ California や Eastern Seaboard は、代替輸送手段が比較的充実しており、近隣に生産拠点も多いため、経済的隔絶の悪化が小さい。
- ▶ その結果、高速道路網除去後の均衡では、人口はロッキー山脈周辺から沿岸部へ再配分される。
- ▶ ただし、再配分の強さはスピルオーバーの強さに大きく依存する。

## 厚生効果

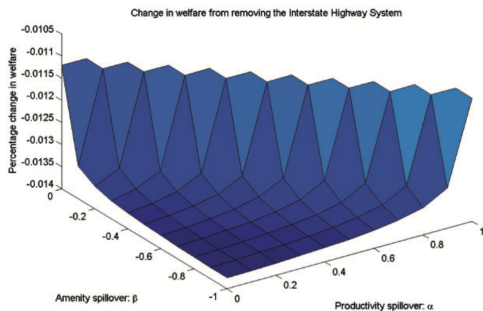


FIGURE XIX

Estimated Decline in Welfare from Removing the Interstate Highway System

図の説明: 州間高速道路網を除去したときの厚生低下率を、スピルオーバー強度ごとに示した図である。推定値はおおむね **1.1~1.4%** の厚生低下で、建設費用をかなり上回る便益があったことを示唆する。

## 6. 結論 (Conclusion)

## 結論

- ▶ Allen and Arkolakis (2014) は、空間経済理論を現実の複雑な地理に接続する一般均衡フレームワークを提示した。
- ▶ 理論面では、重力・労働移動・スピルオーバーを統合し、存在・一意性・安定性の条件を明示した。
- ▶ 実証面では、交通ネットワークから米国の交易費用地形を推定し、地理的位置だけで所得格差の大きな部分を説明できることを示した。
- ▶ 政策面では、州間高速道路網が厚生を 1.1~1.4% 押し上げた と推定し、交通インフラの一般均衡効果の大きさを明らかにした。

## この論文の意義

- ▶ 空間経済学の理論を「線分」「円環」の抽象例から、実際の国土の地形・ネットワークへ拡張した。
- ▶ 価格指数を通じて geographic location を十分統計量として扱うことで、理論と計量の接続を明確にした。
- ▶ 今後の地域経済・交通政策・インフラ評価のための標準的出発点となる論文である。