定量的地域経済学
Quantitative Regional Economics

Treb Allen & Costas Arkolakis

Handbook of Regional and Urban Economics, 2025

資料作成: 田中鮎夢

2026-01-24

論文

Treb Allen, Costas Arkolakis, “Chapter 1 - Quantitative Regional Economics,” Handbook of Regional and Urban Economics, Elsevier, Volume 6, Issue 1, 2025, pp. 1-72, https://doi.org/10.1016/bs.hesreg.2025.05.002.

Abstract

- このハンドブックの章では、過去 10 年間に経済地理学の分野でなされた主要な進展を提示。
- 研究の動機となるいくつかの実証的事実を提示。
- 前世代の 2 つの先駆的なモデル
- 定量的地域モデル
- 統合された定量的フレームワーク
- この統合フレームワークは、均衡特性を特徴づけるのに十分な扱いやすさを備える一方で、詳細な空間経済データと組み合わせてモデルのパラメータを推定し、反実仮想分析や厚生分析を行うのに十分な柔軟性も持ち合わせている。

1. Introduction: 空間は重要

- ニューハンプシャー州の田舎（人口密度: 57 人/平方マイル）
- ニューヨーク市（人口密度: 29,302 人/平方マイル）
- 同じ国でありながら、これほど異なる空間に人々が住んでいる

核心的な問い:

- なぜ経済活動はこのように空間的に分布しているのか？
- この分布は厚生にどのような影響を与えるのか？
- 政策介入はこの分布をどう変え、厚生にどう影響するのか？

経済地理学の歴史的発展

古典的な貢献:

- Adam Smith (1776): 輸送コストと市場アクセス
- Von Thünen (1826): 土地利用と距離の関係
- Alfred Marshall (1890): 産業の地理的集積

現代の転換点 (1980-90 年代):

- Roback (1982): 空間均衡モデル（amenities、賃金、地価の関係）
- Krugman (1991): 新経済地理学（収穫逓増と輸送コストによる集積）

定量的フレームワークの登場

- 過去 10 年間で「定量的 (quantitative)」アプローチが急速に発展

定量的モデルの特徴:

1. **一般均衡フレームワーク**: 観測可能なデータと明示的に結びつく
2. **パラメータの推定可能性**: 実証データからモデルを校正できる
3. **反実仮想分析**: 政策変更の効果をシミュレーション可能

- Roback モデルの空間均衡 + Krugman モデルの集積力 → 統合

本章の目的と構成

本章の目的:

- 定量的地域経済学の主要な発展を概観
- 統一されたフレームワークを提示
- 実証応用と政策分析への指針を提供

章の構成:

- 第 2 節: 実証的事実（人口・所得の空間分布、貿易パターン）
- 第 3-4 節: 基本モデル（Roback モデル、Krugman モデル）
- 第 5 節: 定量的地域モデルの統合
- 第 6-9 節: 推定・反実仮想分析・厚生分析・拡張
- 第 10 節: 結論

用語の定義

- **Quantitative (定量的)**: モデルのパラメータが観測データから推定可能で、反実仮想シミュレーションに使用できる性質
- **Quantitative Regional Economics (定量的地域経済学)**: 地域間の経済活動の空間分布を扱う
- **Quantitative Urban Economics (定量的都市経済学)**: 都市内部の空間構造を扱う
- **Economic Geography（経済地理学）**：地域経済学と都市経済学のコンビネーション
- **Spatial Economics（空間経済学）**：経済地理学と国際経済学の両方を含む

2. Economic Geography Facts: 概要

経済地理学の理論を動機づける 3 つの実証的事実:

事実 #1: 経済活動は空間的に非常に不均等に分布

- 人口密度・所得水準は地域間で大きく異なる

事実 #2: 地域間貿易は重要

- 地域は財・サービスを互いに大量に取引している

事実 #3: 重力法則が成り立つ

- 貿易量は経済規模に比例し、距離に反比例する

事実 #1: 空間的不均等 (1/3)

経済活動の空間分布:

- 労働者の地理的分布は極めて不均等
- 都市部への集中が顕著（人口密度の差は数百倍）
- 賃金水準も地域間で大きく異なる

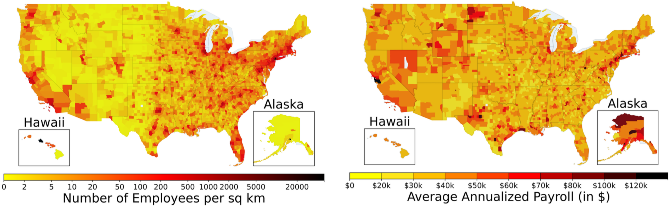
時系列での変化:

- 空間的不均等性は時間とともに変化
- 1986 年と 2017 年を比較すると、集中度が上昇
- 一部の地域への経済活動の集積が進行

事実 #1: 経済活動の空間分布 (2/3)

Figure 1: The spatial distribution of economic activity

(a) Workers per square kilometer   (b) Annual payroll per worker



Notes: The left panel depicts the number of workers per square kilometer; the right panel depicts the annual payroll per worker. The source for both panels is the 2017 U.S. County Business Patterns from the U.S. Census Bureau.

Figure 1: 経済活動の空間分布（左: 労働者密度、右: 年間給与/労働者、2017 年）

事実 #1: 空間分布の時系列変化 (3/3)

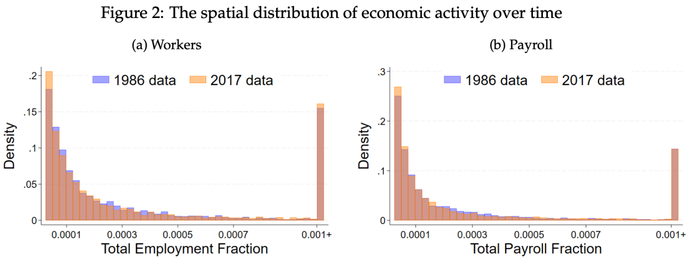


Figure 2: 経済活動の空間分布の時系列変化（1986 年 vs 2017 年）

事実 #2: 地域間貿易の重要性 (1/2)

自地域支出シェア (Own Expenditure Share):

- 地域が自地域内で支出する割合を測定
- 自地域支出シェアが低い = 他地域との貿易が活発

主な発見:

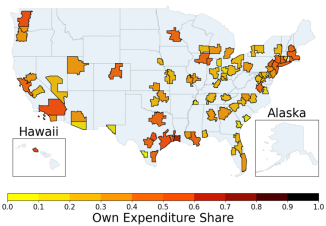
- 多くの都市圏で自地域支出シェアは 30-50%程度
- つまり支出の 50-70%は他地域からの輸入
- 地域経済は相互に強く依存している

事実 #2: 自地域支出シェア (2/2)

Figure 3: Own expenditure shares

(a) Spatial variation in own expenditure shares

(b) Distribution of own expenditure shares



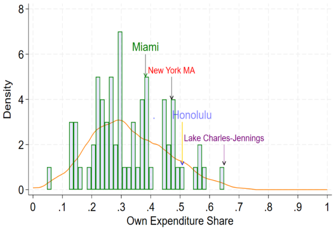


Figure 3: 自地域支出シェア（左: 空間分布、右: ヒストグラム）

事実 #3: 重力法則 (1/3)

重力モデル:

貿易量 X_{ij} は以下のように近似される:

$$X_{ij} \propto \frac{Y_i \cdot Y_j}{d_{ij}^{\theta}}$$

- Y_i, Y_j: 地域 i, j の経済規模（GDP 等）
- d_{ij}: 地域間の距離
- θ: 距離弾力性パラメータ

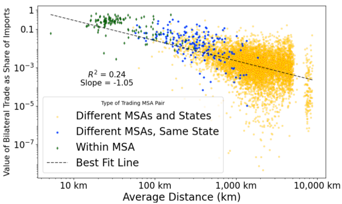
含意:

- 大きな経済同士ほど貿易量が多い
- 距離が離れるほど貿易量は減少

事実 #3: 重力法則の実証 (2/3)

Figure 4: Distance matters

(a) Raw data



(b) Gravity regression

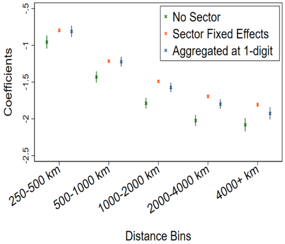
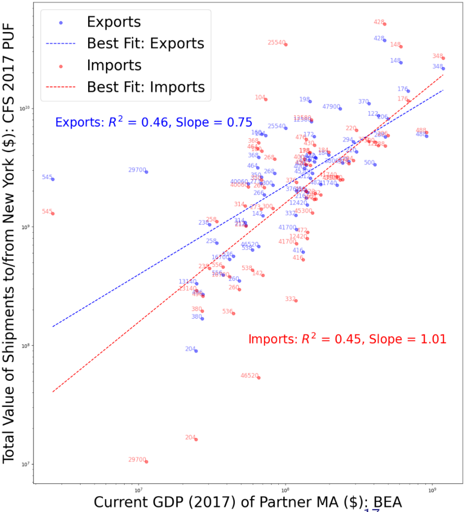


Figure 4: 距離と貿易量の関係（米国州間貿易）

事実 #3: 距離弾力性 (3/3)

Figure 5: Size matters



Legend of Partner MA codes

104: Albany-Schenectady, NY
122: Atlanta-Athens-Clarke County-Sandy Springs, GA
142: Birmingham-Hoover-Talladega, AL
148: Boston-Worcester-Providence, MA-RI-NH-CT
160: Buffalo-Cheektowaga, NY
172: Charlotte-Concord, NC-SC
176: Chicago-Naperville, IL-IN-WI
178: Cincinnati-Wilmington-Maysville, OH-KY-IN
184: Cleveland-Akron-Canton, OH
198: Columbus-Marion-Zanesville, OH
204: Corpus Christi-Kingsville-Alice, TX
206: Dallas-Fort Worth, TX-OK
212: Dayton-Springfield-Sidney, OH
216: Denver-Aurora, CO
220: Detroit-Warren-Ann Arbor, MI
238: El Paso-Las Cruces, TX-NM
258: Fort Wayne-Huntington-Auburn, IN
260: Fresno-Madera, CA
266: Grand Rapids-Wyoming-Muskegon, MI
268: Greensboro-Winston-Salem-High Point, NC
273: Greenville-Spartanburg-Anderson, SC
288: Houston-The Woodlands, TX
294: Indianapolis-Carmel-Muncie, IN
300: Jacksonville-St. Marys-Palatka, FL-GA
312: Kansas City-Overland Park-Kansas City, MO-KS
314: Knoxville-Morristown-Sevierville, TN
332: Las Vegas-Henderson, NV-AZ
348: Los Angeles-Long Beach, CA
350: Louisville/Jefferson County-Elizabethtown-Madison, KY-IN
368: Memphis-Forrest City, TN-MS-AR
370: Miami-Fort Lauderdale-Port St. Lucie, FL
376: Milwaukee-Racine-Waukesha, WI
378: Minneapolis-St. Paul, MN-WI
380: Mobile-Daphne-Fairhope, AL
400: Nashville-Davidson-Murfreesboro, TN
406: New Orleans-Metairie-Hammond, LA-MS
408: New York-Newark, NY-NJ-CT-PA
416: Oklahoma City-Shawnee, OK
420: Omaha-Council Bluffs-Fremont, NE-IA
422: Orlando-Deltona-Daytona Beach, FL
428: Philadelphia-Reading-Camden, PA-NJ-DE-MD
430: Pittsburgh-New Castle-Weirton, PA-OH-WV
440: Portland-Vancouver-Salem, OR-WA
450: Raleigh-Durham-Chapel Hill, NC
464: Rochester-Batavia-Seneca Falls, NY
472: Sacramento-Roseville, CA
476: St. Louis-St. Charles-Farmington, MO-IL
482: Salt Lake City-Provo-Orem, UT
488: San Jose-San Francisco-Oakland, CA
496: Savannah-Hinesville-Statesboro, GA
500: Seattle-Tacoma, WA
536: Tucson-Nogales, AZ
538: Tulsa-Muskogee-Bartlesville, OK
545: Virginia Beach-Norfolk, VA-NC
556: Wichita-Arkansas City-Winfield, KS
12420: Austin-Round Rock, TX
12580: Baltimore-Columbia-Towson, MD
12940: Baton Rouge, LA
13140: Beaumont-Port Arthur, TX
16700: Charleston-North Charleston, SC
25540: Hartford-West Hartford-East Hartford, CT
324: Lake Charles-Jennings, LA
29700: Laredo, TX
38060: Phoenix-Mesa-Scottsdale, AZ
40060: Richmond, VA
41700: San Antonio-New Braunfels, TX
41740: San Diego-Carlsbad, CA
45300: Tampa-St. Petersburg-Clearwater, FL
46520: Urban Honolulu, HI
47900: Washington-Arlington-Alexandria, DC-VA-MD-WV

Section 2 のまとめ

3 つの実証的事実が示唆すること:

1. **空間的不均等** → なぜ経済活動は集積するのか？
   - 集積の経済（agglomeration economies）の存在を示唆
2. **地域間貿易の重要性** → 地域は相互依存している
   - 一般均衡フレームワークの必要性
3. **重力法則** → 距離は依然として重要
   - 輸送コスト・貿易障壁のモデル化が必要

次節以降: これらの事実を説明できる理論モデルを構築

3. Seminal models of the previous generation

1980-90 年代の 2 つの先駆的モデル:

1. **Rosen (1979)-Roback (1982) モデル**
   - 立地選択モデル（location choice model）
   - 空間均衡の基礎
2. **Krugman (1991) Core-Periphery モデル**
   - 新経済地理学の出発点
   - 地域間の経済的リンケージを明示的に考慮

目的: 各モデルの概要、洞察、限界を議論

3.1 The Rosen-Roback Model: 概要

Rosen (1979) と Roback (1982) による立地選択モデル

- 都市経済学・労働経済学で広く応用
- 集積力と分散力が均衡立地システムを決定
- Henderson (1974) を想起させるアプローチ

より包括的なレビュー:

- Glaeser and Gottlieb (2009)
- Moretti (2011)

3.1.1 Model sketch: 設定

世界の構成:

- N 個の立地（locations)、インデックス i, j
- $\mathcal{N} \equiv \{1, ..., N\}$: 立地の集合
- 各立地は同一の、コストなしで取引される財（numeraire good）を生産

エージェント:

- 測度 $\bar{L}$ の同質で完全に移動可能なエージェント
- エージェントはどの立地に住むかを選択
- 居住地で財を生産・消費

3.1.1 厚生関数

立地 $j \in \mathcal{N}$ に住むことを選んだエージェントの厚生:

$$W_j = w_j \times \bar{u}_j \times L_j^{\beta} \tag{1}$$

各変数の意味:

- w_j: 賃金
- $\bar{u}_j$: 立地 j に居住することの固有のアメニティ価値
- L_j: 立地 j に居住するエージェントの測度
- $\beta < 0$: 負の混雑外部性（congestion externality）
  - 人口が多いほどアメニティ価値が低下

3.1.1 労働供給曲線の導出

自由移動（Free mobility）の含意:

- すべての立地で厚生が均等化
- スカラー $W > 0$ が存在し、すべての $j \in \mathcal{N}$ で $W_j = W$

厚生均等化と式 (1) を組み合わせると、（逆）労働供給曲線が導出される:

$$L_j = w_j^{-\frac{1}{\beta}} \times \bar{u}_j^{-\frac{1}{\beta}} \times W^{\frac{1}{\beta}} \tag{2}$$

3.1.1 労働供給曲線の解釈

$$L_j = w_j^{-\frac{1}{\beta}} \times \bar{u}_j^{-\frac{1}{\beta}} \times W^{\frac{1}{\beta}}$$

特徴:

- $\beta < 0$ なので、労働供給は賃金に対して右上がり
- 弾力性は $-\frac{1}{\beta}$ で一定
- アメニティは供給曲線の（対数）シフター

直感:

- 固有のアメニティが高い立地ほど、労働供給曲線が外側にシフト
- 住民はその立地に住むために高い賃金で補償される必要がない

3.1.1 生産関数

Rosen-Roback モデルの生産:

労働と追加の固定要素（例: 資本）を組み合わせた生産関数:

$$Q_i = \frac{1}{1-\alpha} \bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha}$$

各変数の意味:

- $\bar{A}_i$: 地域 i の固有の生産性
- $\bar{K}_i$: 資本賦存量
- α: 資本シェア

3.1.1 労働需要曲線

企業の労働に関する一階条件を反転させると、（逆）労働需要曲線が得られる:

$$L_i = w_i^{-\frac{1}{\alpha}} \times \bar{A}_i^{\frac{1}{\alpha}} \bar{K}_i \tag{3}$$

特徴:

- $\alpha > 0$ なので、労働需要は右下がり
- 弾力性は $-\frac{1}{\alpha}$ で一定
- 生産性と資本賦存量は需要曲線の（対数）シフター

直感:

- 生産性・資本賦存量が高い立地ほど、労働の限界生産物が高く、労働需要が増加

3.1.1 均衡の導出

均衡の計算:

- 労働供給式 (2) と労働需要式 (3) を等しくする
- 総労働市場清算条件 $\bar{L} = \sum_j L_j$ で総厚生 W を決定

結果として得られる均衡分布:

$$L_i = \bar{u}_i^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \times (\bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha})^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \times W^{\frac{1}{\beta-\alpha}} \tag{4}$$

$$w_i = \bar{u}_i^{-\frac{\alpha}{\alpha-\beta}} \times (\bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha})^{-\frac{\beta}{\alpha-\beta}} \times W^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta}} \tag{5}$$

3.1.1 総厚生

$$W = \left(\sum_{i \in \mathcal{N}} \bar{u}_i^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \times (\bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha})^{\frac{1}{\alpha-\beta}} / \bar{L} \right)^{\alpha-\beta} \tag{6}$$

式 (4), (5), (6) の意味:

- モデルの基礎的条件（fundamentals）の観点から
- 経済活動の均衡空間分布を完全に特定

3.1.2 Insights: 人口分布

式 (4) からの洞察:

$$L_i = \bar{u}_i^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \times (\bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha})^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \times W^{\frac{1}{\beta-\alpha}}$$

均衡人口が相対的に大きい立地:

- より良い固有のアメニティ $\bar{u}_i$
- より高い生産性 $\bar{A}_i$
- より多い資本賦存量 $\bar{K}_i$

3.1.2 Insights: 賃金分布

式 (5) からの洞察:

$$w_i = \bar{u}_i^{-\frac{\alpha}{\alpha-\beta}} \times (\bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha})^{-\frac{\beta}{\alpha-\beta}} \times W^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta}}$$

均衡賃金が相対的に高い立地:

- より高い生産性または資本賦存量
- **しかし、**より低いアメニティ
  - 人々は良い場所には低賃金でも住みたがる

3.1.2 Insights: 総厚生とパラメータ

式 (6) からの洞察:

$$W = \left(\sum_{i \in \mathcal{N}} \bar{u}_i^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \times \left(\bar{A}_i \bar{K}_i^{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-\beta}} / \bar{L} \right)^{\alpha-\beta}$$

総厚生が高まる条件:

- 世界全体でより高いアメニティ
- 世界全体でより高い生産性
- 世界全体でより多い資本賦存量

パラメータ α と β の重要性:

- 基礎的地理が均衡分布を形成する方法を決定

3.1.3 Limitations: 実証的事実との対応

原理的には:

- Rosen-Roback モデルは事実 1（空間的不均等）を説明可能
- 立地間のアメニティ・生産性・賦存量の大きな差異を想定すれば良い

しかし明らかな限界:

- **事実 2 と事実 3 を捉えられない**
- 理由: 財の流れを通じた立地間のリンケージを完全に捨象

3.1.3 Limitations: 貿易の欠如

貿易がないことの問題:

- 地域経済における貿易の重要な役割（事実 2）を無視
- 距離の概念がない
- 誰が誰と取引するかの異質性がない（事実 3）

式 (4) と (5) が示すこと:

- 内生的スカラー W を除けば
- ある立地の均衡経済活動は
- **他のすべての立地の地理・賦存量に影響されない**

→ 次節: 地域間リンケージを明示的に考慮するモデルへ

3.2 The Krugman (1991) Core-Periphery Model

3.2 Krugman (1991) Core-Periphery モデル

Rosen-Roback モデルの限界を克服:

- 貿易を明示的にモデル化
- 距離と輸送費用を導入
- 地域間のリンケージを考慮

新経済地理学 (New Economic Geography) の基礎:

- Paul Krugman (1991) "Increasing Returns and Economic Geography"
- 2008 年ノーベル経済学賞の中核的業績

3.2.1 Model Sketch: 消費者の問題

消費者の効用最大化問題:

$$\max_{\{c_{ij}\}} \left(\sum_{i \in \mathcal{N}} \int_{\Omega_i} c_{ij}(\omega)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} d\omega \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad \text{s.t.} \quad \sum_{i \in \mathcal{N}} \int_{\Omega_i} p_{ij}(\omega) c_{ij}(\omega) d\omega \leq w_j$$

- $\sigma > 1$: 代替の弾力性 (elasticity of substitution)
- Ω_i: 立地 i の企業の集合（$|\Omega_i| = N_i$）
- p_{ij}: 立地 i で生産され立地 j で販売される財の価格
- w_j: 立地 j に居住するエージェントの賃金

3.2.1 Model Sketch: 消費者需要

消費者需要関数（式 (7) を解くと）：

$$y_{ij}(\omega) = p_{ij}(\omega)^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j \quad (8)$$

価格指数:

$$P_j^{1-\sigma} \equiv \sum_{i \in \mathcal{N}} \int_{\Omega_i} p_{ij}(\omega)^{1-\sigma} d\omega$$

内向きマーケットアクセス

- P_j: 立地 j の CES 価格指数
- Redding and Venables (2004) に従い、$P_j^{1-\sigma}$ を立地 j の**内向きマーケットアクセス** と呼ぶ
- 内向きマーケットアクセスが良い立地ほど、より安い費用の生産者に近い（より低い輸送費用）ため、購入する財の価格が低い

3.2.1 Model Sketch: 間接効用

消費者の間接効用:

$$W_j = \frac{w_j}{P_j} \quad (9)$$

- 実質賃金 = 名目賃金 / 価格指数
- Rosen-Roback モデルとの違い:
  - アメニティ $\bar{u}_j$ は（簡単化のため）捨象
  - 価格指数 P_j が貿易を通じて内生的に決定

3.2.1 Model Sketch: マーケットアクセス

マーケットアクセスの概念:

- **内向き (inward)** マーケットアクセス: 消費者にとっての財へのアクセス
  - P_j が低いほど、消費者は財にアクセスしやすい
- **外向き (outward)** マーケットアクセス: 企業にとっての市場へのアクセス
  - 他地域で財を販売する能力

貿易の双方向性:

- 消費者は様々な立地から購入
- 企業は様々な立地へ販売

3.2.1 Model Sketch: 企業の価格設定

氷塊型輸送費用 (iceberg trade costs):

- $\tau_{ij} \geq 1$: 立地 i から j への輸送費用
- 1 単位を届けるには τ_{ij} 単位を出荷する必要
- $\tau_{ij} - 1$ 単位が「溶けて」消える

独占的競争の下での価格設定:

$$p_{ij} = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \frac{w_i}{A_i} \tau_{ij} \qquad (10)$$

- マークアップ: $\frac{\sigma}{\sigma-1}$
- 限界費用: $\frac{w_i}{A_i}$ （賃金/生産性）
- 輸送費用: τ_{ij}

3.2.1 Model Sketch: 総需要

- (10) 式の均衡価格を (8) 式の消費者 j における生産地 i の財に対する消費者需要に代入し、
- 全ての目的地についてたしあげると、
- 生産地 i の $y_i(\omega)$（total firm demand）が得られる：

$$y_i(\omega) = \sum_j \frac{\left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{w_i}{A_i}\tau_{ij}\right)^{1-\sigma}}{P_j^{1-\sigma}} E_j$$

3.2.1 Model Sketch: ゼロ利潤条件

自由参入によるゼロ利潤条件:

$$w_i f_i^e = \frac{1}{\sigma} \sum_j \frac{\left(\frac{\sigma}{\sigma-1} \frac{w_i}{A_i} \tau_{ij}\right)^{1-\sigma}}{P_j^{1-\sigma}} E_j \tag{11}$$

- 左辺: 固定費用
- 右辺: 参入企業の期待利潤
- f_i^e: 立地 i での参入固定費用（労働単位）

独占的競争の特徴:

- 利潤がゼロになるまで企業が参入
- 企業数が内生的に決定

3.2.1 Model Sketch: 労働者の所得

労働者の所得均衡:

均衡においては、ある立地の総労働所得 $w_i L_i$ はその立地の企業のすべての立地への販売の和に等しくなる:

$$w_i L_i = N_i \sum_j \frac{\left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{w_i}{A_i}\tau_{ij}\right)^{1-\sigma}}{P_j^{1-\sigma}} E_j \tag{12}$$

- 総労働所得 = すべての立地への販売の合計
- $\sum_j \frac{\left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{w_i}{A_i}\tau_{ij}\right)^{1-\sigma}}{P_j^{1-\sigma}} E_j$: 各企業の全立地への販売額

3.2.1 Model Sketch: 均衡企業数

各立地の均衡企業数:

$$N_i = \frac{L_i}{\sigma f_i^e} \tag{13}$$

導出:

- 各企業は σf_i^e 単位の労働を雇用（式 11 より）
- 立地 i の総労働供給は L_i
- よって企業数 $= L_i/(\sigma f_i^e)$

含意:

- 労働者が多い立地ほど企業数も多い
- 固定費用が低いほど企業数が多い

3.2.1 Model Sketch: 労働供給曲線

労働供給曲線（式 10 と 9 を組み合わせ、厚生均等化を適用）：

$$w_i = W\left[\sum_j \frac{L_j}{\sigma f_j^e}\left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{w_j}{A_j}\tau_{ji}\right)^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} \tag{14}$$

労働供給の特徴

Rosen-Roback モデルとの重要な違い:

- 労働供給は**立地 i の労働 L_i に対して完全に非弾力的**
- 代わりに**内向きマーケットアクセス**に依存
- $\sum_j \frac{L_j}{\sigma f_j^e}\left(\frac{\sigma w_j}{\sigma - 1 A_j}\tau_{ji}\right)^{1-\sigma}$：内向きマーケットアクセス

直感:

- 労働者は**内向きマーケットアクセス**が良い立地（購買力が高い）に引き寄せられる
- そのような立地では低い賃金でも労働者を引き付けることができる

3.2.1 Model Sketch: 労働需要曲線

労働需要曲線（式 11 を変形）：

$$w_i = A_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\right)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} \left(\frac{1}{\sigma f_i^e}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \times \left(\sum_j \frac{\left(\tau_{ij}\right)^{1-\sigma}}{P_j^{1-\sigma}} E_j\right)^{\frac{1}{\sigma}} \quad (15)$$

労働需要の特徴

Rosen-Roback モデルとの決定的な違い:

- **労働需要も立地** i **の労働** L_i **に対して完全に非弾力的**
- 代わりに**外向きマーケットアクセス**に依存

直感:

- 企業は**外向きマーケットアクセス**が良い立地（販売市場への到達可能性が高い）を選好
- そのような立地では高い賃金を支払うことができる

労働需要・供給曲線が非弾力的な理由

なぜ労働需要・供給は完全非弾力的か?

供給側:

- 混雑力（congestion force）が存在しない
- 人口の多い立地に住むことによる効用の直接的な減少がない

需要側:

- 競争的賃金圧力が企業参入による集積力によって完全に相殺される

代わりに重要なのは:

- **供給側**: **内向きマーケットアクセス**（購買力を高める）
- **需要側**: **外向きマーケットアクセス**（販売市場への到達可能性）

3.2.1 Model Sketch: 完全非弾力的労働需要

企業参入のメカニズム:

1. 労働供給 L_i が増加
2. → 式 (13) より企業数 N_i が比例して増加
3. → 各企業の労働雇用量は変化なし

結果:

- 労働市場は企業参入を通じて清算
- 賃金は局所的な労働供給に影響されない
- → 強力な集積力の源泉

3.2.1 Model Sketch: 集積のメカニズム

集積力 (Agglomeration Forces):

1. **労働供給増加** → 企業数増加
2. **企業数増加** → バラエティ増加
3. **バラエティ増加** → 価格指数 P_i 低下
4. **価格指数低下** → 実質賃金 $W_i = w_i/P_i$ 上昇
5. **実質賃金上昇** → さらに労働者を引き付ける

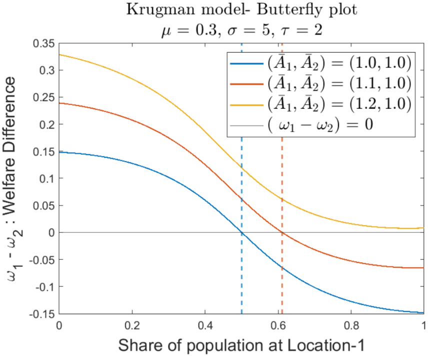
正のフィードバック:

- 人口集積 → さらなる人口集積
- これがクルーグマン・モデルの核心

3.2.2 Insights: 内生的特性と外生的差異

Figure 6: 立地間の外生的差異と均衡

Figure 6: The distribution of spatial economic activity in the Core-Periphery Setup



3.2.2 Insights: Figure 6 の読み方

横軸と縦軸:

- 横軸: 立地 1 の人口シェア ($L_1/\bar{L}$)
- 縦軸: 厚生の差 ($W_1 - W_2$)

3 つのケース:

- **実線**: $A_1 > A_2$（立地 1 の生産性が高い）
  - 曲線は全体的に上にシフト
  - 均衡: 立地 1 に人口集中
- **破線**: $A_1 = A_2$（対称的なケース）
  - 中心を通る
- **点線**: $A_1 < A_2$（立地 2 の生産性が高い）
  - 曲線は全体的に下にシフト
  - 均衡: 立地 2 に人口集中

3.2.2 Insights: 外生的差異の含意

基礎的な地理の重要性:

- 外生的な生産性の差異（$A_1 \neq A_2$）
- → 一方への人口・経済活動の集中
- → 事実 1（空間的不均等）を説明

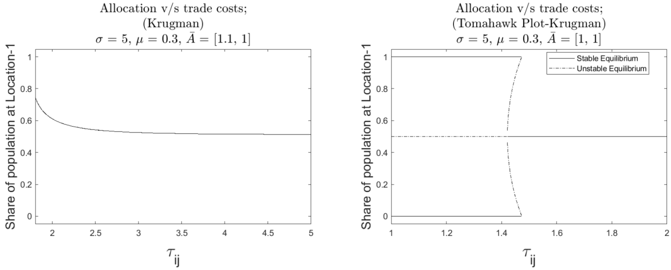
Rosen-Roback モデルとの類似点と相違点:

- 類似: 基礎的地理が空間分布を形成
- 相違: 内生的な集積力が分布を増幅
- → より極端な空間的集中が可能

3.2.2 Insights: マーケットアクセスと経済成果

Figure 7: 輸送費用と均衡配分

Figure 7: The distribution of spatial economic activity in the Core-Periphery Setup



3.2.2 Insights: Figure 7 左パネルの読み方

非対称なケース（$A_1 > A_2$）：

- 横軸: 輸送費用 τ
- 縦軸: 立地 1 の人口シェア

輸送費用の影響:

- **高輸送費用** (τ 大):
  - 貿易が困難 → 立地は孤立的
  - 人口はより均等に分布
- **低輸送費用** (τ 小):
  - 貿易が容易 → マーケットアクセスが重要
  - 生産性の高い立地 1 に人口集中

3.2.2 Insights: Figure 7 右パネルの読み方

対称なケース（$A_1 = A_2$）："Tomahawk" ダイアグラム

- 横軸: 輸送費用 τ
- 縦軸: 立地 1 の人口シェア

3 つの領域:

1. **高輸送費用**: 均等分布が唯一の均衡
2. **中輸送費用**: 3 つの均衡が併存
   - 均等分布（不安定）
   - 立地 1 に集中（安定）
   - 立地 2 に集中（安定）
3. **低輸送費用**: 完全集中のみが均衡

3.2.2 Insights: 均衡の多重性

Tomahawk ダイアグラムの含意:

- **対称的な基礎条件** でも
- **非対称な均衡** が生じうる

歴史的偶然 (Historical Accident):

- どちらの立地に集中するかは
- 初期条件や歴史的偶然に依存
- 「経路依存性」の源泉

政策的含意:

- 小さな介入が大きな再配分を引き起こす可能性
- ただし介入なしでも自発的に集積が発生

3.2.2 Insights: 事実 2 と事実 3 への対応

事実 2（貿易と距離）への対応:

- 輸送費用 τ_{ij} を明示的にモデル化
- 距離が貿易パターンに影響

事実 3（重力方程式）への対応:

- モデルから重力方程式が導出可能
- 二地点間の貿易フローは:
  - 両地点の経済規模（GDP）に正に依存
  - 二地点間の距離（輸送費用）に負に依存

3.2.3 Limitations: 均衡の非存在問題

Krugman Core-Periphery モデルの限界:

1. **均衡が存在しない場合がある**
   - パラメータによっては内点解なし
   - σ が小さすぎると問題発生
2. **非現実的な均衡**
   - 完全集中（一方に人口 100%）
   - 中間的な均衡が存在しないことも

3.2.3 Limitations: 強すぎる集積力

集積力が強すぎる問題:

- 完全非弾力的な労働需要（式 15）
- → 集積を抑制するメカニズムが弱い

結果:

- 均衡での完全な集中（コーナー解）
- または均衡の多重性（複数の安定均衡）

次のステップ:

- より現実的な集積・分散力のバランス
- → より統合的なモデル（次節）へ

3.2 まとめ

Krugman Core-Periphery モデルの貢献:

- 貿易と輸送費用を明示的にモデル化
- 内生的な集積力のメカニズムを解明
- 均衡の多重性と経路依存性を説明

限界:

- 均衡の存在問題
- 強すぎる集積力

次節への橋渡し:

- より扱いやすく、実証分析に適したモデルの必要性
- Rosen-Roback モデルと Krugman モデルの統合

4. A simple quantitative regional model

4 定量的地域モデル：概要

前節で見た立地選択モデル（Rosen-Roback）とコア・ペリフェリーモデル（Krugman）の両方の洞察を組み合わせた、シンプルな定量的経済地理フレームワークを提示する。

このフレームワークの特徴:

- Allen and Arkolakis (2014) に基づく
- Section 5 で詳しく議論するように、多くの代替的なフレームワークと数学的に等価
- 扱いやすさと現実的な複雑さのバランス

前節モデルの統合:

- 立地選択の空間均衡 + 地域間貿易リンケージ
- 集積力と分散力の明示的なモデル化
- 定量的分析に適した形式

4.1 Setup: モデルの設定

基本構造:

- 立地の集合 $\mathcal{N}$（連続的に分布）
- 財・労働市場は完全競争
- 測度 $\bar{L}$ の無限小エージェント（完全移動可能）

目標:

世界の地理がいかに経済活動の均衡分布を形成するかを決定する

4.1.1 Geography: 地理的条件

各立地 $i \in \mathcal{N}$ は以下を保有:

1. **固有のバラエティを生産する技術**（立地 i でインデックス）
2. **固有の生産性 $\bar{A}_i$**
3. **固有のアメニティ $\bar{u}_i$**（居住する労働者の厚生に影響）

Armington 仮定:

- 各立地が異なる差別化された製品を生産
- Armington (1969) により提案、Anderson (1979) が貿易フローに適用
- 極端な簡略化だが、驚くほど扱いやすく、より複雑な仮定と数学的に等価

貿易技術、地理

貿易技術:

- アイスバーグ型輸送費用: $\tau_{ij} \geq 1$
- 立地 i から j に 1 単位を届けるには τ_{ij} 単位を出荷する必要
- Samuelson (1954) に基づく

地理の定義:

世界の地理 $= \{\bar{A}_i\}_{i \in \mathcal{N}} \cup \{\bar{u}_i\}_{i \in \mathcal{N}} \cup \{\tau_{ij}\}_{i,j \in \mathcal{N}}$

4.1.2 Production: 生産

生産技術:

- 労働のみが生産要素
- 完全競争の仮定

立地 i で生産され立地 j で消費される財の価格:

$$p_{ij} = \tau_{ij} w_i / A_i \quad (16)$$

各変数の意味:

- w_i: 労働の単位あたり賃金
- A_i: 立地 i の労働者の**総生産性**
- **注意:** 固有の生産性 $\bar{A}_i$ と総生産性 A_i は異なる概念（後述）

4.1.3 Consumption: 消費

エージェント $l \in \mathcal{L} \equiv [0, \bar{L}]$ の問題:

1. **どこに住むか**を選択
2. **各立地特有の差別化された製品をどのくらい消費するか**を選択

効用最大化問題

$$\max_{j \in \mathcal{N}, \{c_{ij}\}_{i \in \mathcal{N}} \geq 0} \left(\sum_{i \in \mathcal{N}} c_{ij}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \times u_j \quad \text{s.t.} \quad \sum_{i \in \mathcal{N}} p_{ij} c_{ij} \leq w_j \qquad (17)$$

- $\sigma \geq 0$: 異なる立地の製品間の代替の弾力性
- u_j: 立地 j に居住することの**総アメニティ**
- p_{ij}: 立地 i で生産され立地 j で販売される財の価格
- w_j: 立地 j に居住するエージェントの賃金

注意:

- 固有のアメニティ $\bar{u}_j$ と総アメニティ u_j は異なる概念（後述）
- 式 (7) の変形で、立地特有のアメニティ項を追加

4.1.3 最適化の結果

式 (17) の最適化により 2 つの重要な結果を得る:

1. **間接効用関数:**

$$W_i = w_i u_i / P_i \quad (18)$$

2. **消費者需要関数:**

$$c_{ij} = p_{ij}^{-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j \quad (19)$$

価格指数

価格指数:

$$P_j^{1-\sigma} = \sum_{i \in \mathcal{N}} p_{ij}^{1-\sigma}$$

Dixit-Stiglitz 価格指数

4.1.3 重力方程式の導出

二国間貿易フロー:

式 (19) の需要関数に価格を掛けて立地 j の測度 L_j のエージェント全体で合計すると、立地 i で生産され立地 j で販売される財の総価値 X_{ij} が得られる:

$$X_{ij} = p_{ij}^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j \quad (20)$$

重力方程式

式 (16) の価格を式 (20) に代入すると:

$$X_{ij} = \tau_{ij}^{1-\sigma}(w_i/A_i)^{1-\sigma}P_j^{\sigma-1}w_jL_j \quad (21)$$

式 (21) の含意 ($\sigma > 1$ の場合):

- 二国間貿易フローは**輸送費用** τ_{ij} に対して減少
- **生産地の費用** (w_i/A_i) に対して減少
- **目的地の総所得** (w_jL_j) に対して増加
- 他のすべての原産地の輸送費用・生産費用に対して増加（価格指数 P_j で要約）

→ Section 2.3 で記述した実証的貿易パターンを簡潔に要約

4.1.4 Agglomeration Forces: 集積力

前節（Section 3.2）で議論した集積力を柔軟な方法で正式に組み込む。

固有の生産性・アメニティと総生産性・アメニティをリンク:

総生産性:

$$A_i = \bar{A}_i L_i^{\alpha} \quad (22)$$

総アメニティ:

$$u_i = \bar{u}_i L_i^{\beta} \quad (23)$$

パラメータの解釈（1）

パラメータ $\alpha \in \mathbb{R}$ の解釈:

- $\alpha > 0$: 生産性が人口密度とともに**増加**
  - 企業参入、知識スピルオーバー、労働・投入材へのアクセス改善等
- $\alpha < 0$: 生産性が人口密度とともに**減少**
  - 固定的生産要素による制約等
- $\alpha = 0$: 生産性スピルオーバーなし

パラメータの解釈（2）

パラメータ $\beta \in \mathbb{R}$ の解釈:

- $\beta > 0$: アメニティが人口密度とともに**増加**
  - レストランの多様性、より良い学校・公園の実現等
- $\beta < 0$: アメニティが人口密度とともに**減少**
  - 住宅等の固定的消費要素のコスト増加等（混雑外部性）
- $\beta = 0$: アメニティスピルオーバーなし

まとめ:

- α、β は多様なメカニズムの効果を簡約的に捉えるパラメータ
- 均衡分布を決定する重要な要因

4.2 Equilibrium: 均衡

地理が経済活動の均衡分布にどう影響するかを決定するため、まず均衡を定義する均衡条件を導出。

4.2.1 Definition: 均衡の定義

所与:

- 地理: $\{\bar{A}_i\}_{i\in\mathcal{N}}$, $\{\bar{u}_i\}_{i\in\mathcal{N}}$, $\{\tau_{ij}\}_{i,j\in\mathcal{N}}$
- パラメータ: $\sigma \geq 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta \in \mathbb{R}$, $\bar{L} > 0$

空間均衡: 以下の 4 条件を満たす労働分布 $\{L_i\}_{i\in\mathcal{N}}$、賃金 $\{w_i\}_{i\in\mathcal{N}}$、価格指数 $\{P_i\}_{i\in\mathcal{N}}$

条件 1. 財市場の清算

1. 財市場の清算:

$$w_i L_i = \sum_{j \in \mathcal{N}} X_{ij} \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (24)$$

各立地の総労働所得 = その立地のすべての立地への総販売

条件 2. 予算制約

2. 予算制約の満足:

$$w_i L_i = \sum_{j \in \mathcal{N}} X_{ji} \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (25)$$

各立地の総支出 = その立地の総所得

条件 3. 厚生の均等化

3. 厚生の均等化:

$$W_i \leq W \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (26)$$

スカラー $W > 0$ が存在し、$L_i > 0$ ならば等号成立（自由移動）

条件 4. 総人口制約

4. 総人口制約:

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} L_i = \bar{L} \quad (27)$$

注記:

- 条件 (24) と (25) は各立地での貿易収支均衡を意味
- 現実では貿易赤字・黒字が存在するが、静学モデルでは組み込み困難
- 動学的拡張については Section 9 で議論

4.2.1 内点均衡の仮定

以降では**すべての立地が居住される内点均衡**に焦点:

- 厚生均等化条件 (26) $\rightarrow W_i = W$ すべての $i \in \mathcal{N}$

理由:

1. **実証的関連性:** 地域経済分析では都市・州・郡等すべて居住されている
2. **関数形の現実性:** 式 (22)・(23) の対数線型形は無人地域で非現実的
    - $\alpha > 0$（$\beta > 0$）なら無人地域は生産性（アメニティ）ゼロ
    - $\alpha < 0$（$\beta < 0$）なら無人地域は生産性（アメニティ）無限大

4.2.2 Deriving the equilibrium conditions: 均衡条件の導出

重力方程式 (21) と集積方程式 (22)・(23) を均衡条件 (24)・(25) に代入し、同類項をまとめるとすべての $i \in \mathcal{N}$ について:

市場清算条件から:

$$w_i^\sigma L_i^{1-\alpha(\sigma-1)} = \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{A}_i \tau_{ij}^{\sigma-1} P_j^{\sigma-1} w_j L_j \quad (28)$$

価格指数の定義から:

$$P_i^{1-\sigma} = \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{A}_j \tau_{ji}^{\sigma-1} w_j^{1-\sigma} L_j^{\alpha(\sigma-1)} \quad (29)$$

厚生均等化条件の適用

間接効用方程式 (18) と集積方程式 (22)・(23) を均衡条件 (26) に代入し、価格指数について解くとすべての $i \in \mathcal{N}$ について:

$$P_i = w_i \bar{u}_i L_i^{\beta} / W \quad (30)$$

この表現は労働供給曲線として再定式化可能（詳細後述）。

最終的な均衡システム

厚生均等化方程式 (30) を市場清算方程式 (28)・予算制約方程式 (29) に代入すると、すべての $i \in \mathcal{N}$ について:

$$W^{\sigma-1} w_i^{\sigma} L_i^{1-\alpha(\sigma-1)} = \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{A}_i \bar{u}_j \tau_{ij}^{\sigma-1} w_j^{\sigma} L_j^{1+\beta(\sigma-1)} \quad (31)$$

$$W^{\sigma-1} w_i^{1-\sigma} L_i^{\beta(1-\sigma)} = \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{u}_i \bar{A}_j \tau_{ji}^{\sigma-1} w_j^{1-\sigma} L_j^{\alpha(\sigma-1)} \quad (32)$$

4.2.2 均衡システムの特徴

式 (31)・(32) の特徴:

- 世界の地理とモデルパラメータ → 経済活動の均衡分布の関係を定義
- $2N$ 個の方程式 + 総労働市場清算条件 (27) $= 2N + 1$ 個の方程式
- $2N + 1$ 個の内生変数: w_i、L_i（各立地）+ 世界全体の厚生 W

数学的構造

両方程式とも、ある立地における内生変数の対数線型結合（適切にスケールされた）が、他のすべての立地における異なる対数線型結合の加重平均に等しいと述べている。

- 対数線型結合: パラメータ σ、α、β に依存
- 重み: 地理 $\{\bar{A}_i\}$、$\{\bar{u}_i\}$、$\{\tau_{ij}\}$ に依存
- 式 (32) の地理重みは式 (31) の転置 → Section 6 で重要

4.3 Market access, supply, and demand: マーケットアクセス・需給

より直感的な二国間貿易フローの表現を提示し、マーケットアクセスの重要な概念を再訪する。

Anderson and Van Wincoop (2003) の導出に基づく（彼らは「multilateral resistance」と呼称）

重力方程式 (21) を財市場清算条件 (24) に代入・整理:

$$(w_i/A_i)^{1-\sigma} = \frac{w_i L_i}{\sum_{j \in \mathcal{N}} \tau_{ij}^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j} \quad (33)$$

重力方程式

式 (33) を重力方程式に代入し直すと:

$$X_{ij} = \tau_{ij}^{1-\sigma} \times \frac{w_i L_i}{\Pi_i^{1-\sigma}} \times \frac{w_j L_j}{P_j^{1-\sigma}} \quad (34)$$

マーケットアクセス

- $\Pi_i^{1-\sigma} \equiv \sum_{j \in \mathcal{N}} \tau_{ij}^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j$: **外向きマーケットアクセス**
- $P_j^{1-\sigma}$: **内向きマーケットアクセス**（前に定義済み）

マーケットアクセスの役割:

他地域の経済活動が所与の立地の経済活動に影響を与える際の媒介変数

4.3 Labor demand and supply curves: 労働需給曲線

労働需要曲線の導出:

生産性スピルオーバー方程式 (22) を式 (33) に代入し、対数を取って賃金について解く:

$$\ln w_i = -\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\sigma-1}{\sigma}-\alpha\right)\ln L_i + \frac{1}{\sigma}\ln \Pi_i^{1-\sigma} + \frac{\sigma-1}{\sigma}\ln \bar{A}_i \quad (35)$$

式 (35) の特徴

- **外向きマーケットアクセスを条件として、**労働需要は単純な対数線型関数
- $\alpha < \frac{1}{\sigma-1}$ である限り、労働需要曲線は**右下がり**
- より大きな集積力は下向きの傾きを緩和
- より高い固有生産性・マーケットアクセス → 需要曲線の上方シフト

労働供給曲線の導出

式 (30) の対数を取って賃金について解く:

$$\ln w_i = -\beta \ln L_i + \frac{1}{1-\sigma} \ln P_i^{1-\sigma} + \ln W - \ln \bar{u}_i \quad (36)$$

式 (36) の特徴

- **内向きマーケットアクセスを条件として**、労働供給も単純な対数線型関数
- $\beta < 0$（消費における混雑外部性）である限り、労働供給曲線は**右上がり**
- 外部性の強さが傾きを決定
- より高い固有アメニティ・より良い内向きマーケットアクセス →供給曲線の下方シフト
  - 労働者は同じ厚生水準を低い名目賃金で維持可能

マーケットアクセスの役割

- 他地域の経済活動が労働需要曲線 (35)・供給曲線 (36) に現れるのは**マーケットアクセス項のみ**
- マーケットアクセス項が立地間の相互作用を完全に要約
- もしマーケットアクセス項を外生として扱えれば、各立地で需給を等しくして個別に解ける
- しかし両マーケットアクセス項は内生変数（外生の地理 + 内生の経済活動分布に依存）

4.3 Core-Periphery モデルとの比較

Core-Periphery フレームワークの脆弱性を克服:

- Section 3.2 で労働供給・需要曲線が局所的労働に直接依存しないことが問題
- **アメニティ・生産性スピルオーバーをモデル化**することでこの問題を解決
- 労働需要曲線 (35)・供給曲線 (36) は**局所的労働に依存**しつつ、マーケットアクセスの重要な役割を維持
- 豊かな地理を持つ世界でもモデルが扱いやすいまま → 定量的応用に理想的
- Section 6 で提示するワークホース定量的経済地理フレームワークの基礎を提供

4.4 Special case #1: 集積・混雑外部性なし

仮定: 生産・消費において集積・混雑外部性が存在しない、すなわち $\alpha = \beta = 0$

この場合、均衡条件 (31)・(32) は以下に簡略化:

$$W^{\sigma-1} w_i^{\sigma} L_i = \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{A}_i \bar{u}_j \tau_{ij}^{\sigma-1} w_j^{\sigma} L_j \quad (37)$$

$$W^{\sigma-1} w_i^{1-\sigma} = \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{u}_i \bar{A}_j \tau_{ji}^{\sigma-1} w_j^{1-\sigma} \quad (38)$$

行列表記

集積・混雑外部性がない場合、両式の左辺・右辺で内生変数の対数線型結合が同じになるため、式 (37)・(38) を簡潔に行列表記できる:

$$\lambda \mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{x} \quad (39)$$

$$\lambda \mathbf{y} = \mathbf{T}'\mathbf{y} \quad (40)$$

記号:

- $\lambda \equiv W^{\sigma-1}$: 内生スカラー
- $\mathbf{x}$: $N \times 1$ ベクトル、第 i 要素は $w_i^{\sigma} L_i$
- $\mathbf{y}$: $N \times 1$ ベクトル、第 i 要素は $w_i^{1-\sigma}$
- $\mathbf{T}$: $N \times N$ 行列、(i,j) 要素は $\bar{A}_i \bar{u}_j \tau_{ij}^{\sigma-1}$

均衡の特性

集積・混雑外部性がない場合、内生的な経済活動分布は単純に世界の地理を要約する**行列 $\mathbf{T}$ の左・右固有ベクトルによって決定**される。

4.4 数学的性質

この均衡の馴染み深い数学的構造から、多くの興味深い性質が導出される:

1. 存在性・一意性

- $\mathbf{T}$ がすべての要素で正であり、$\mathbf{x}$、$\mathbf{y}$ が非負でなければならない場合
- Perron-Frobenius 定理により、最大固有値に対応する一意（スケール除く）かつ厳正な固有ベクトルが存在
- 比例定数は貨幣単位の選択（賃金）と総労働市場清算条件 (27)（労働）により決定

2. 計算の容易性

- 行列の最大固有値・対応する固有ベクトルの計算は簡単（例: べき乗法）
- 多数の立地・豊かな地理でも計算時間が短い
- 一意な経済活動分布の決定が計算上極めて容易

3. 固有ベクトル中心性

- 地理行列 $\mathbf{T}$ を立地間ネットワークの重み付きグラフと見れば
- 固有ベクトル中心性により、このネットワークでより中心的な立地に経済活動がより集中
- 重み: $T_{ij} = \bar{A}_i \bar{u}_j \tau_{ij}^{\sigma-1}$ （$\sigma > 1$）
- より中心的な立地 = より良い生産性・アメニティ、他立地への低い輸送費用

4. 厚生への影響

- 世界厚生は地理行列 $\mathbf{T}$ の最大固有値に（対数）比例
- 厚生は輸送費用が低く、立地の固有生産性・アメニティが高いほど大きい

厚生の輸送費用弾力性: 地理行列 $\mathbf{T}$ の (i, j) 要素を小幅変化させた時の最大固有値の変化は、左・右固有ベクトルの積に比例 (Vahrenkamp, 1976):

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T_{ij}} = y_i x_j / \sum_{k \in \mathcal{N}} y_k x_k \quad (41)$$

Fogel の「社会的節約」アプローチ

立地 i・j 間の二国間輸送費用削減に対する総厚生の弾力性は、これら立地間の貿易フローの価値に等しい:

$$-\frac{\partial \ln W}{\partial \ln \tau_{ij}} = X_{ij}/Y^W \quad (42)$$

Y^W: 世界総所得

直感: 集積・混雑力がない場合、競争均衡は効率的。輸送費用削減等の技術改善の総厚生への一次効果は、それらのリンクでの総経済活動シェアに比例 (Hulten, 1978)。

要約: 集積・混雑力がない場合、地理の空間経済活動分布への効果は良く振る舞い、理解しやすい。しかし Section 3 で強調したように、集積・混雑力を組み込むことから興味深い経済学が生まれる。

4.5 Special case #2: 二立地の場合

設定:

- 二立地
- 対称的な輸送費用
- 固有のアメニティ差なし

この場合は Section 3 で提示した Core-Periphery モデルに最も密接に関連。

煩雑な導出の後、式 (31)・(32) は賃金比 w_1/w_2 に関する以下の二次方程式になる:

$$\left(\frac{A_2^{\sigma-1}}{A_1^{\sigma-1}}\right)\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{(\sigma-1)} + \left(1-\frac{A_2^{\sigma-1}}{A_1^{\sigma-1}}\right)\tau^{1-\sigma}\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\sigma-1} - 1 = 0$$

二立地の場合の解

解: この二次方程式の正の根

一般性を失うことなく $A_1 > A_2$ と仮定すると:

- $w_2/w_1 < 1$（より生産性の高い地域がより高い賃金）
- この比は τ に関して減少（$\sigma > 1$ の限り）
- 直感: 輸送費用増加 → マーケットアクセス低下 →労働者は内生的により良いアクセスの立地に移動

人口シェアの解法

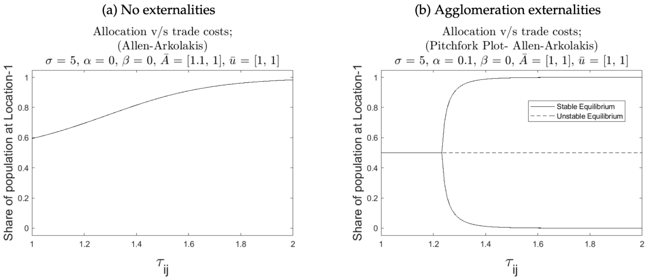
シミュレーションが必要。

Figure 8 の結果:

空間経済活動分布の特徴（Allen-Arkolakis モデル）

Figure 8

Figure 8: The distribution of spatial economic activity in the Allen and Arkolakis (2014) model



左パネル

左パネル（外部性なし $\alpha = \beta = 0$）：

- 横軸: 輸送費用、縦軸: より生産性の高い地域の労働者割合
- 立地 1 の生産性が立地 2 より 10%高い場合の立地 1 の人口シェア
- 立地 1 の人口シェアは半分以上（当然）
- 輸送費用とともに立地 1 の人口シェアは**増加**（経済活動の集中が進む）
- **Core-Periphery モデル（Figure 7）と対照的:** あちらでは輸送費用増加で支配的地域のシェアが減少

右パネル

右パネル（集積外部性 $\alpha = 0.1, \beta = 0$**）：**

- 正の集積外部性の場合
- 輸送費用が大きい時に**複数均衡**が存在（より集中が起こりやすい時）
- 安定均衡は集中したもの、対称均衡は不安定
- 図形は「Pitchfork」（Core-Periphery の「Tomahawk」と異なる）

Helpman (1998) モデルとの関連

- 特定のパラメータ化で Helpman (1998) モデルと同一
- Krugman (1991) 同様に参入を特色とするが、単一の貿易可能セクター（製造業）のみ
- 消費者は非貿易財（住宅）も消費 → Helpman フレームワークでは負のアメニティスピルオーバーとして作用

4 章 まとめ

Allen-Arkolakis (2014) 簡単な定量的地域モデルの成果:

☒ **前世代モデルの統合:** Rosen-Roback + Krugman モデルの洞察を組み合わせ

☒ **扱いやすさと現実性:** 豊かな地理でも扱いやすく、定量的応用に適合

☒ **集積・分散力の柔軟なモデル化:** パラメータ α、β で多様なメカニズムを表現

☒ **マーケットアクセスの概念:** 地域間相互作用を簡潔に要約

☒ **数学的性質の解明:** 特殊ケースで存在性・一意性・計算可能性を示す