# Krugman (1980) 規模の経済性、製品の差別化、貿易パターン

資料作成：田中鮎夢

2025-01-18

# Krugman (1980)

Krugman (1980) は、規模の経済性、製品の差別化を組み合わせたモデルを提示し、新貿易理論の基礎を築いた。

本資料では、I. 基本モデルの内容を概説する。

Krugman, P. (1980). Scale economies, product differentiation, and the pattern of trade. *American Economic Review*, 70(5), 950-959.

https://www.aeaweb.org/aer/top20/70.5.950-959.pdf

# A. モデルの仮定

# 効用関数

多くの潜在的な財が存在すると仮定

それらすべての財が需要に対して対称的に寄与すると仮定

具体的には、経済内のすべての個人が以下のような同一の効用関数を持つと仮定する：

$$U = \sum_i c_i^\theta, \quad 0 < \theta < 1 \tag{1}$$

ここで、$c_i$ は $i$ 番目の財の消費量を表す。

実際に生産される財の数 $n$ は潜在的な財の範囲よりも小さいものの、十分大きいと仮定する。

# 費用関数

生産要素は労働のみと仮定する。

すべての財は同一の費用関数で生産されるものとする：

$$l_i = \alpha + \beta x_i, \quad \alpha, \beta > 0, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2}$$

- $l_i$ は $i$ 番目の財の生産に使用される労働量
- $x_i$ はその財の生産量
- 固定費用 $\alpha$
- 一定の限界費用 $\beta$

この場合、すべての生産量において平均費用は減少するが、その減少率は逓減する。

# 均衡条件

各財の生産量は、個人の消費の合計に等しくなければならない。

労働者を個人と同一視できると仮定すると、生産量は代表的個人の消費量 $c_i$ に労働力 $L$ を掛けたものに等しくなる：

$$x_i = Lc_i, \quad i = 1, \ldots, n \tag{3}$$

# 完全雇用

また、完全雇用を仮定する。

この場合、労働力全体 $L$ は生産に使用される労働量の総計に等しくなる必要がある：

$$L = \sum_{i=1}^{n} \underbrace{(\alpha + \beta x_i)}_{l_i} \tag{4}$$

# 企業の行動

企業は利潤最大化を追求する。

企業の参入と退出は自由であると仮定する。

このため、均衡において企業の利潤は常にゼロになる。

# B. 閉鎖経済における均衡

# 閉鎖経済の均衡

上述の仮定に基づき閉鎖経済の均衡を分析。

1. **消費者行動の分析と需要関数の導出**
   消費者が効用を最大化する行動を分析し、各財に対する需要関数を導出。
2. **企業の利潤最大化行動の分析**
   企業が与えられた企業数の下で利潤を最大化する行動を分析し、供給行動を明らかにする。
3. **自由参入の仮定に基づく企業数の均衡決定**
   企業の自由参入を仮定し、最終的な均衡における企業数を決定。

# チェンバリニアン的アプローチ

チェンバリニアン的アプローチが有用である理由は、**不完全競争**が存在するにもかかわらず、このモデルの均衡が本質的な側面において決定可能である点にある。

これは、需要の特殊な性質が企業間の戦略的相互依存を排除するためである。

# チェンバリニアン的アプローチ

**1. 製品の差別化と単一生産**

- 企業は製品をコストなしで差別化することが可能。
- すべての製品は需要に対して対称的に寄与。
- この結果、2 つの企業が同じ製品を生産することは決してなく、各財は 1 つの企業によってのみ生産される。

**2. 需要の独立性**

- 生産される財の数が十分に多い場合、特定の財の価格が他の財の需要に与える影響は無視できるほど小さくなる。

⟶ このような性質により、各企業は自社の行動が他社の行動に与える影響を無視することができる。

この結果、寡占の不確定性が排除され、モデルの均衡が決定可能となる。

# 効用最大化問題

個人が予算制約下で効用関数を最大化する:

$$U = \sum_i c_i^\theta$$

所得を $I$、価格を $p_i$ とすると、予算制約は次のように表される：

$$\sum_i p_i c_i = I$$

# 最適化問題の一階条件

$$\theta c_i^{\theta-1} = \lambda p_i \tag{5}$$

ここで、$p_i$ は財 $i$ の価格であり、$\lambda$ は予算制約における**シャドウ価格**、すなわち**所得の限界効用**を表す。

# 補足：ラグランジェアン

ラグランジェアンを次のように定義する：

$$\mathcal{L} = \sum_i c_i^\theta + \lambda \left( I - \sum_i p_i c_i \right)$$

ここで、$\lambda$ はラグランジュ乗数である。

$c_i$ について微分すると、次の一階条件を得る：

$$\theta c_i^{\theta-1} = \lambda p_i$$

# 需要曲線の導出

すべての個人が同一であると仮定すると、一階条件を整理することで、財 $i$ の**需要曲線**を得ることができる。

$$p_i = \theta \lambda^{-1} c_i^{\theta-1}$$

$x_i = Lc_i$ より、

$$c_i = \frac{x_i}{L}$$

となるので、需要曲線は、以下のようになる：

$$p_i = \theta \lambda^{-1} \left( \frac{x_i}{L} \right)^{\theta-1} \tag{6}$$

この需要曲線は、財 $i$ を生産する単一企業が直面する需要曲線でもある。

# 需要曲線の特徴

ここでの $x_i$ は財 $i$ の総生産量であり、$L$ は労働力（個人の総数）である。この結果から次の点が分かる：

1. 価格 $p_i$ は、需要量 $x_i$ の累乗に比例する形を持つ。
2. 価格の変化は、需要の弾力性のパラメータ $\theta$ によって調整される。

この式は、個々の企業が需要を価格設定にどのように反映させるべきかを示し、また市場均衡のさらなる分析に使用される。

# 需要曲線の弾力性

市場において生産される財が非常に多い場合、個々の企業が価格を決定しても、**所得の限界効用** ($\lambda$) に与える影響はごく小さいものとなる。

この前提の下で、式 (6) に基づき、企業が直面する**需要曲線の弾力性**は次のようになる：

$$\text{弾力性} = \frac{1}{1-\theta}$$

詳細は補論参照。

# 利潤最大化条件による価格設定

利潤最大化を目指す企業は、需要曲線の弾力性を考慮し、最適な価格 $p_i$ を設定する。

このとき、利潤最大化の結果、最適価格は次式で表される：

$$p_i = \frac{\beta w}{\theta} \tag{7}$$

- $w$ は賃金率（単位労働コスト）
- $\beta$ は財の生産における限界労働必要量
- $\theta$ は効用関数のパラメータ

この結果からわかる通り、価格 $p_i$ は産出量 $x_i$ に依存せず、企業ごとに共通である。

よって、すべての財について共通価格 $p = p_i$ が成り立つ。

# 利潤

企業の利潤 $\pi_i$ は次の式で表される：

$$\pi_i = px_i - \{\alpha + \beta x_i\} w \tag{8}$$

- $\alpha$ は固定労働コスト
- $\beta x_i$ は生産量に比例する可変労働コスト

式 (8) に価格 $p = \frac{\beta w}{\theta}$ を代入することで、利潤 $\pi_i$ の具体的な値をさらに解析できる。

利潤最大化条件や自由参入条件を考慮することで、次節では市場均衡における企業数や生産量が導き出される。

# ゼロ利潤条件

利益が正であれば、新しい企業が参入し、最終的に利益がゼロにまで押し下げられる。

このため、均衡においては $\pi_i == px_i - \{\alpha + \beta x_i\} w = 0$ となる。

結果、代表的な企業の生産量は次のように示される：

$$x_i = \frac{\alpha}{\frac{p}{w} - \beta} = \frac{\alpha\theta}{\beta(1-\theta)} \tag{9}$$

ここで $i = 1, \ldots, n$。

したがって、企業ごとの生産量はゼロ利益条件によって決まる。

再度、$\alpha, \beta, \theta$ はすべての企業で同じであるため、$x = x_i$ として省略できる。

# 企業数の決定

最後に、完全雇用の条件を用いて生産される商品数を決定できる。

式 (4) と (9) から、次のように求めることができる：

$$n = \frac{L}{\alpha + \beta x} = \frac{L(1-\theta)}{\alpha} \tag{10}$$

## C. 貿易の影響

# 仮定

次に、2 つの国が、輸送コストがゼロの状態で互いに貿易を開始すると仮定。

両国が同じ嗜好と技術を有していると仮定。

さらに、このモデルでは単一要素の世界を前提としているため、生産要素の賦存量に違いは存在しない。

# 貿易利益

このとき、何が起こるだろうか？

このモデルでは、伝統的な貿易の理由（例えば比較優位や要素賦存の違い）に該当するものは存在しない。

しかし、それでも貿易は発生し、貿易から利益が得られる。

貿易が生じる理由は、規模の経済が存在する場合、各財（すなわち、差別化された製品）が１つの国だけで生産されるためである。

これは、各財が１つの企業によってのみ生産されるのと同じ理由である。

貿易から利益が生じる理由は、世界経済全体で生産される財の多様性が、各国が単独で生産した場合よりも増大し、各個人により広範な選択肢を提供するためである。

# 世界経済の均衡

状況の対称性により、両国の賃金率は同じとなり、どちらの国で生産された財であってもその価格は同一となる。

各国で生産される財の数は、完全雇用条件から次のように決定される。

$$n = \frac{L(1-\theta)}{\alpha}; \quad n^* = \frac{L^*(1-\theta)}{\alpha} \tag{11}$$

ここで、$L^*$ は第 2 国の労働力であり、$n^*$ はその国で生産される財の数を表している。

# 厚生

個人は引き続き効用関数 (1) を最大化するが、支出は自国で生産される $n$ 種類の財と外国で生産される $n^*$ 種類の財の両方に分配されることになる。

選択肢の幅が広がるため、「実質賃金」$w/p$（すなわち、代表的な財で表される賃金率）が変わらなくとも、厚生は向上する。

# 貿易フロー

また、この問題の対称性から貿易フローを決定することができる。

- 自国の個人は収入のうち $n^*/\left(n+n^*\right)$ の割合を外国の財に費やし、
- 外国の個人は収入のうち $n/\left(n+n^*\right)$ の割合を自国の財に費やす。

したがって、自国の輸入額（賃金単位で測定）は次のようになる：

$$\frac{Ln^*}{n+n^*}=\frac{LL^*}{L+L^*}$$

これは外国の輸入額に等しくなり、両国の賃金率が等しい場合には収支均衡が成立する。

# 貿易の方向性

貿易量が決定可能である一方で、どの国がどの財を生産するかという貿易の方向性については決定されない。

この不確定性は、貿易が規模の経済の結果として生じるモデルにおける一般的な特徴である。

本稿で扱うモデルの便利な特徴の一つは、差別化された財のグループ内で誰が何を生産するかという点が重要な意味を持たない。

# 生産規模の増加

最後に、本モデルにおける貿易の効果に関する独特な特徴について触れておきたい。

貿易の前後を通じて、式 (9) が成立する。つまり、貿易が生産規模に影響を及ぼすことはなく、貿易による利益は専ら**製品の多様性の増加**によってもたらされる。

この結果は満足のいくものではない。他の論文では、貿易が**製品の多様性の増加**だけでなく、**生産規模の増加**ももたらす若干異なるモデルを提案した。

しかし、そのモデルは扱いがやや複雑になるため、ここでは現実性をいくらか犠牲にしても、分析の容易さを優先する価値があると考えた。

# Appendix: 価格弾力性

# 補論: 価格弾力性の導出

消費量の価格弾力性とは、価格 $p_i$ に対する消費量 $c_i$ の相対的な変化率を指す：

$$\text{価格弾力性} = \frac{\partial c_i}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{c_i}$$

# 消費量

効用最大化の一階条件式：

$$\theta c_i^{\theta-1} = \lambda p_i$$

ここから消費量 $c_i$ は次のように求められる：

$$c_i = \left(\frac{\theta}{\lambda p_i}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

# ステップ 1: $c_i$ を価格 $p_i$ で微分

$$c_i = \left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}$$

を微分:

$$\frac{\partial c_i}{\partial p_i} = \frac{1}{\theta - 1} \cdot \left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}-1} \cdot \frac{\lambda}{\theta}$$

# ステップ 2: 価格弾力性の計算

価格弾力性は次の式で計算：

$$\text{価格弾力性} = \frac{\partial c_i}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{c_i}$$

ここで $\frac{\partial c_i}{\partial p_i}$ を代入：

$$\text{価格弾力性} = \left( \frac{1}{\theta - 1} \cdot \left( \frac{\lambda p_i}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}-1} \cdot \frac{\lambda}{\theta} \right) \cdot \frac{p_i}{\left( \frac{\lambda p_i}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}}}$$

# ステップ 3: 式の簡略化

## (1) 分母と分子のべき乗部分を整理：

$$\left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}-1} \quad \text{と} \quad \left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{-\frac{1}{\theta-1}}$$

これを合わせると：

$$\left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}-1-\frac{1}{\theta-1}} = \left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{-1}$$

## (2) 全体の式に代入：

$$\text{価格弾力性} = \left|\frac{1}{\theta-1}\cdot\frac{\lambda}{\theta}\cdot\left(\frac{\lambda p_i}{\theta}\right)^{-1}\cdot p_i\right|$$

# 式の簡略化

(3) $\frac{\lambda p_i}{\theta}$ を分解：

$$\text{価格弾力性} = \left| \frac{1}{\theta - 1} \cdot \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{\theta}{\lambda p_i} \cdot p_i \right|$$

(4) いくつかの項を消去：

$$\text{価格弾力性} = \left| \frac{1}{\theta - 1} \right|$$

# 結論：

消費量 $c_i$ の価格弾力性は次のようになる：

$$\text{価格弾力性} = \left| \frac{1}{\theta - 1} \right|$$

絶対値をとると、

$$\text{価格弾力性} = \frac{1}{1 - \theta}$$

# Appendix: 最適価格

# 補論: 最適価格の導出

**最適マークアップルール**

独占企業における最適価格の設定は、需要の価格弾力性に基づく。

独占企業は、限界収入が限界費用に等しくなるように生産量を決定。

最適マークアップルールは次のように表現できる：

$$\frac{p - MC}{p} = \frac{1}{|\varepsilon|}$$

- $p$ は価格
- $MC$ は限界費用
- $|\varepsilon|$ は需要の価格弾力性

# 最適価格と価格弾力性の関係

$$\frac{p - MC}{p} = \frac{1}{|\varepsilon|}$$

$\longrightarrow$ この式は、価格と限界費用の差が、需要の価格弾力性に反比例することを示す。

- 需要がより弾力的（$|\varepsilon|$ が大きい）場合、企業は価格を限界費用に近づける
- 逆に需要が非弾力的（$|\varepsilon|$ が小さい）場合、価格を高く設定。

# 1. 需要の価格弾力性

まず、需要の価格弾力性 $|\varepsilon|$ は次のように計算できる：

$$\varepsilon = \frac{dc_i}{dp_i} \cdot \frac{p_i}{c_i}$$

すでに計算の結果、価格弾力性 $|\varepsilon|$ は $\frac{1}{1-\theta}$ となることがわかっている。

# 2. 最適マークアップルールの適用

最適マークアップルールを使用すると：

$$\frac{p_i - MC}{p_i} = \frac{1}{|\varepsilon|}$$

$MC$ は限界費用であり、次のように表される：

$$MC = \beta w$$

# 代入

したがって、代入すると：

$$\frac{p_i - \beta w}{p_i} = \frac{1}{\frac{1}{1-\theta}} = 1 - \theta$$

# 最適価格

これを解くと、最適価格 $p_i$ は次のようになる：

$$p_i = \frac{\beta w}{\theta}$$

この関係により、企業は価格を限界費用に対して $1/\theta$ 倍のマークアップをかけて設定。