

学部生のための重力モデル

Yoto V. Yotov (2025). Gravity for Undergrads.
CGPA Working Paper, Drexel University.

2026-03-28

はじめに

重力方程式とは

- ▶ 重力方程式 (gravity equation) は国際貿易の「主力」モデルであり、貿易政策分析で最も広く使われるツールである
- ▶ 近年の政策分析への適用例：
 - ▶ トランプ関税 (2025 年) の定量分析
 - ▶ BREXIT の影響分析
 - ▶ ロシアへの貿易制裁の影響分析
- ▶ Financial Times の 1 面を飾った唯一の実証モデル (Figure 1)

$$\ln(T_{ij}) = \alpha_1 + \alpha_2 \ln(Y_i \cdot Y_j) + \alpha_3 \ln(\text{POP}_i \cdot \text{POP}_j) + \alpha_4 \ln(\text{DIST}_{ij}) \\ + \alpha_5 \text{COMLANG}_{ij} + \alpha_6 \text{COLONY}_{ij} + \alpha_7 \text{BORDER}_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

章の目的

- ▶ **Section 1**：重力モデルを紹介する。なぜ学ぶべきか、なぜ人気があるかを説明する
- ▶ **Section 2**：素朴な重力方程式に理論的根拠を与え、構造的重力モデルへと発展させる。理論の計量的含意を明らかにする
- ▶ **Section 3**：重力方程式を計量経済モデルに翻訳する。推定上の課題と推奨される対処法をまとめる
- ▶ **Section 4**：実データと R コードを使ったハンズオン分析を行う。距離・RTA・EU の効果を推定する

1. The Gravity Model. Why Study It? Why So Popular?

なぜ重力モデルを学ぶのか

重力モデルを学ぶ7つの理由 (Box 1) :

1. 標準的な貿易モデルより**予測精度が高く**、政策分析で広く使われている
2. リカード・HO・独占的競争など**古典的理論を補完・検証**できる
3. **実用的**：貿易費用を明示的に扱い、実データで容易に推定できる
4. **直感的**で、幅広い聴衆に理解しやすい
5. OLS と固定効果という**基礎的な計量手法**で最先端の推定が可能
6. **貿易以外** (FDI・移民・特許など) にも応用できる
7. **学部論文・国際貿易論・計量経済学**の授業で活用できる

重力モデルの基本形 (Equation 1)

二国間貿易額 X_{ij} (国 i から国 j への輸出) は：

$$X_{ij} = \tilde{G} \frac{Y_i Y_j}{T_{ij}^\theta}$$

- ▶ Y_i : 輸出国の経済規模 (GDP)
- ▶ Y_j : 輸入国の経済規模 (GDP)
- ▶ T_{ij} : 二国間の貿易摩擦 (距離など)
- ▶ \tilde{G} : 貿易の重力定数
- ▶ $\theta > 0$: 貿易費用に対する貿易の弾力性

直感 : 規模が大きいほど、距離が近いほど、二国間の貿易は多くなる

なぜ人気なのか：4つの理由

理由	内容
1	直感的（ニュートン力学との類比）
2	優れた予測力
3	柔軟性（多様な応用）
4	堅固な理論的基盤

理由1：直感的（Box 2：物理学 vs. 貿易）

	物理学の重力	貿易の重力
式	$F_{ij} = G \frac{M_i M_j}{D_{ij}^2}$	$X_{ij} = \tilde{G} \frac{Y_i Y_j}{T_{ij}^\theta}$
G/\tilde{G}	重力定数	貿易の重力定数
M_i, M_j	物体 i, j の質量	国 i, j の経済規模
D_{ij}	物体間の距離	二国間距離
弾力性	2（距離の二乗）	$\theta > 0$ （推定）

さらに印象的なことに、貿易の重力方程式は堅固なミクロ経済理論から導出できる

理由2：優れた予測力

- ▶ 重力方程式は実際の貿易額と予測値の間に**非常に強いフィット**をもたらす（相関係数= 0.99）
- ▶ 標準的な重力変数で安定した推定値：
 - ▶ 距離が大きいほど貿易は減少
 - ▶ 隣接国、共通言語、植民地関係は貿易を増加させる
 - ▶ RTA は貿易を増加させる
- ▶ クロスセクション・パネル、集計・非集計レベルのいずれでも機能する

理由3：柔軟性（Box 3）

「伝統的」貿易決定要因：距離、隣接、GDP、人口、開発度、地域貿易協定（RTA）、関税、輸出補助金、地理、非関税措置、WTO加盟、関税同盟、EU、共通通貨、FDI、移民、植民地関係、共通言語...

「より斬新な」貿易決定要因：制度の質、外国援助、信頼、Covid、Brexit、輸出促進、特許、技術的貿易障壁、衛生・植物検疫基準、法人税、VAT、オリンピック・ワールドカップ、制裁（ロシアへの制裁など）、海賊行為、スエズ運河閉鎖、トランプ関税...

柔軟性のその他の側面：産品・産業・部門レベルでの分析、FDI・移民などへの応用、標準統計ソフトウェアでの実装が容易

理由 4：堅固な理論的基盤（Figure 3）

同一の重力方程式が複数の理論から導出される：

- ▶ リカードモデル
- ▶ ヘクシャー＝オーリンモデル
- ▶ 独占的競争モデル（Krugman 型）
- ▶ 特殊要素モデル
- ▶ 異質企業貿易モデル（Melitz 型）
- ▶ セクター別貿易モデル
- ▶ 動学的貿易モデル
- ▶ 産業連関リンクのある貿易モデル

理論的基盤により多角的貿易費用などの概念が明確化され、計量推定の精度が向上する

2. Gravity with Gravitas: The Structural Gravity Model

構造的重力モデルへ

本節の学習目標：

1. 理論的・構造的重力モデルを導入する
2. 素朴な重力方程式と構造的重力方程式を比較し、理論主導の違いを明らかにする
3. 理論整合的な推定のための重要な含意を引き出す

2.1 構造的重力方程式 (Equation 2)

クロスセクションの構造的重力方程式：

$$X_{ij} = \frac{Y_i E_j}{Y} \left(\frac{t_{ij}}{T_j T_i} \right)^{-\theta}$$

素朴な重力 (Eq. 1) との3つの違い：

1. **世界産出 Y** ：二国間貿易は世界産出に占める各国の割合に比例する
2. **産出 Y_i vs. 支出 E_j** ：輸出国の適切な規模は生産能力、輸入国は消費能力
3. **多角的貿易費用 T_i, T_j** ：二国間の貿易は直接の二国間費用だけでなく、他国との貿易コストにも依存する

多角的貿易費用とは (Figure 4)

「火星の思考実験」:

- ▶ 米国とカナダを火星に移動させる
- ▶ 両国のサイズ (Y_i, E_j) と直接の二国間費用 (t_{ij} 、例: 距離) は変わらない
- ▶ しかし、火星では他国との取引コストが高くなるため、米国とカナダはより多く取引し合う

含意: 素朴な重力は直接の二国間費用のみ考慮するが、構造的重力は多角的貿易費用も考慮する

計量推定での対処法: 輸出国固定効果と輸入国固定効果の使用

パネルデータへの拡張 (Equation 3)

$$X_{ij,t}^k = \frac{Y_{i,t}^k E_{j,t}^k}{Y_t^k} \left(\frac{t_{ij,t}^k}{T_{j,t}^k T_{i,t}^k} \right)^{-\theta^k}, \quad \forall i, j, t, k$$

- ▶ 上付き k : 産品・産業・セクターレベルへの拡張 (任意のレベルで成立)
- ▶ 下付き t : 時間次元の追加 (規模変数・貿易費用が時間変化)

k と t なし ($i \neq j$) で Eq. (2) と同一 → 重力は国際貿易にも国内貿易にも適用可能

2.2 理論的含意：推定への示唆

多角的貿易費用：固定効果（輸出国・輸入国）でコントロールしなければ、孤立した国の貿易を過小予測し、政策効果の推定にバイアスが生じる

集計レベルの柔軟性：理論はいかなる集計レベルでも成立する → 産品・産業別の分析が可能

時変性 (Time-varying)：パネルデータにより (i) より精密な推定、(ii) 時不変の二国間費用のモデリング、(iii) 政策効果の時間的变化の把握が可能

産出 vs. 支出：貿易コストが対称でも、産出と支出を区別しなければ常に対称な貿易フローを予測し、実態と乖離する

国内貿易：理論上は国内貿易にも適用できるが、データ制約から本章では国際貿易フローに限定する

3. From Naive to Modern Gravity Estimations

5つの推定アプローチ (Figure 5)

Naive Gravity → Structural Gravity → Panel Gravity → HDFE
Gravity → Multiplicative Gravity

モデル	時間	固定効果	推定法
Naive	単年	なし	OLS
Structural	単年	輸出国・輸入国	OLS
Panel	全年	輸出国 × 年・輸入国 × 年	OLS
HDFE	全年	上記 + 二国間ペア	OLS
Multiplicative	全年	上記と同じ	PPML

Naive Gravity (Equation 4, 5)

Step 1 : Eq. (1) を対数変換する

$$\ln(X_{ij}) = \ln(\tilde{G}) - \theta \ln(T_{ij}) + \ln(Y_i) + \ln(Y_j)$$

Step 2 : 独立変数にプロキシを使用する (GDP・距離・RTA)

Step 3 : 計量モデルを完成させる

$$\begin{aligned} \ln(\text{TRADE}_{ij}) = & \beta_0 + \beta_1 \text{RTA}_{ij} + \beta_2 \ln(\text{DIST}_{ij}) \\ & + \beta_3 \ln(\text{GDP}_i) + \beta_4 \ln(\text{GDP}_j) + \epsilon_{ij} \end{aligned}$$

- ▶ 連続変数 (距離・GDP) の係数は**弾力性**として解釈できる
- ▶ ダミー変数 (RTA) の効果： $[\exp(\hat{\beta}_1) - 1] \times 100$ (%変化)

Structural Gravity (Equation 6)

輸出国・輸入国固定効果を追加する：

$$\ln(\text{TRADE}_{ij}) = \beta_0 + \beta_1 \text{RTA}_{ij} + \beta_2 \ln(\text{DIST}_{ij}) + \pi_i + \psi_j + \epsilon_{ij} \quad (6)$$

- ▶ π_i ：輸出国固定効果（各輸出国について1つのダミー変数）
- ▶ ψ_j ：輸入国固定効果（各輸入国について1つのダミー変数）

利点： (i) 産出・支出と多角的貿易費用の両方をコントロールできる
(ii) 標準統計ソフトウェアで容易に実装できる

欠点： 輸出国・輸入国固有の変数の効果は識別できない

Panel Gravity (Equation 7)

時間次元を追加し、固定効果も時変にする：

$$\ln(\text{TRADE}_{ij,t}) = \beta_0 + \beta_1 \text{RTA}_{ij,t} + \beta_2 \ln(\text{DIST}_{ij}) + \pi_{i,t} + \psi_{j,t} + \epsilon_{ij,t} \quad (7)$$

- ▶ $\pi_{i,t}$ ：輸出国 × 年固定効果
- ▶ $\psi_{j,t}$ ：輸入国 × 年固定効果

追加的な利点：

- ▶ より多くのデータ → より精密な推定
- ▶ RTA の効果の動学的変化（1990 年代 vs. 2000 年代）を把握できる
- ▶ しかし、多くの時不変の二国間貿易費用を考慮できていない（→ HDFE へ）

HDFE Gravity (Equation 8)

二国間ペア固定効果を追加する：

$$\ln(\text{TRADE}_{ij,t}) = \beta_0 + \beta_1 \text{RTA}_{ij,t} + \gamma_{ij} + \pi_{i,t} + \psi_{j,t} + \epsilon_{ij,t} \quad (8)$$

- ▶ γ_{ij} ：二国間ペア固定効果（時不変の二国間要因をすべて吸収）

含意： $\ln(\text{DIST}_{ij})$ はもはや明示的に含める必要がない

利点：

- ▶ 時不変の二国間変数（距離・隣接・共通言語など）をすべてコントロール
- ▶ 政策変数（RTA・EU・制裁など）の効果を純粹に識別できる
- ▶ 大規模データ収集の必要性を低減する

Multiplicative Gravity : OLS の問題点

OLS には 2 つの問題がある :

1. **ゼロ貿易問題** : $\ln(0)$ が定義されないため、ゼロ貿易を除外しなければならない
2. **不均一分散問題** : Jensen's inequality により、不均一分散のもとで OLS は一致推定量を与えない (Santos Silva & Tenreyro, 2006)

Multiplicative Gravity (Equation 9)

解決策：乗法型 PPML 推定

$$\text{TRADE}_{ij,t} = \exp[\beta_0 + \beta_1 \text{RTA}_{ij,t} + \gamma_{ij} + \pi_{i,t} + \psi_{j,t}] \times \varepsilon_{ij,t} \quad (9)$$

- ▶ レベル変数をそのまま使用 → ゼロ貿易を含む全観測値を利用可能
- ▶ 不均一分散に対してロバスト
- ▶ 係数の解釈は OLS と同一

理論から推定へ (Box 5)

理論的含意

産出 vs. 支出をコントロール
多角的貿易費用をコントロール
時不変の二国間費用をコントロール
時変の二国間費用をコントロール
ゼロ貿易フローをコントロール

計量的実装

輸出国 (時変)・輸入国 (時変) 固定効果
輸出国 (時変)・輸入国 (時変) 固定効果
二国間ペア固定効果 (時不変変数)
時変パネルデータと政策変数
PPML 推定量

4. Hands-on Gravity: The Effects of Distance, RTAs, & the EU

データ：GU（Gravity for Undergrads）データセット

- ▶ **出所**：2025年3月時点の最新貿易データ（UN COMTRADE、World Bank WDI等）
- ▶ **対象**：世界の輸出上位100カ国、1990～2023年
- ▶ **規模**：世界輸出の98.9%、世界輸入の97.7%、世界GDPの98.3%をカバー
- ▶ **観測数**：320,920件

変数	内容	出所
Trade	二国間集計貿易額（名目ドル）	UN COMTRADE
Distance	人口加重距離（km）	USITC DGD
RTA	地域貿易協定ダミー	Mario Larch's database
EU	EU加盟ダミー	European Commission
GDP_Exporter/Importer	輸出入国GDP（名目ドル）	World Bank WDI

データの構造 (Figure 6 の抜粋)

カナダ・メキシコ・米国の3カ国、1993～1995年の例：

- ▶ 二国間貿易額は大きく、非対称で、年ごとに変化する
- ▶ 距離は各ペアで対称（構造上）
- ▶ RTA：カナダ＝米国は1989年から1、カナダ＝メキシコ・米国＝メキシコは1994年に1（NAFTA）
- ▶ EU：3カ国ともゼロ（EU非加盟）

固定効果の例：

- ▶ CAN_exp_1993：1993年のカナダの輸出国固定効果
- ▶ USA_imp_1995：1995年の米国の輸入国固定効果
- ▶ MEX_CAN：メキシコ→カナダの二国間ペア固定効果

パッケージ・データの読み込み

```
library(readr); library(dplyr); library(modelsummary)
library(fixest); library(penppml)

data <- readr::read_csv("Gravity_Undergrads_Data.csv")
```

対数変換と推定準備

OLS 推定のため、貿易額・距離・GDP を対数変換する：

$\ln(\text{Trade})$, $\ln(\text{Distance})$, $\ln(\text{GDP_Exporter})$, $\ln(\text{GDP_Importer})$

```
data <- data %>%  
  dplyr::mutate(  
    ln_trade = log(Trade),  
    ln_dist = log(Distance),  
    ln_gdp_exp = log(GDP_Exporter),  
    ln_gdp_imp = log(GDP_Importer)  
  )
```

注意： $\ln(0) = -\infty$ となるゼロ貿易は OLS 推定から除外する
(PPML 推定はゼロを扱える)

推定コード：Naive・Structural Gravity

```
# Naive Gravity (2023年・ゼロ貿易除外)
naive <- stats::lm(
  ln_trade ~ ln_dist + RTA + EU + ln_gdp_exp + ln_gdp_imp,
  data = dplyr::filter(data, Year == 2023, ln_trade != -Inf)
)
# Structural Gravity (輸出国・輸入国固定効果)
structural <- fixest::feols(
  ln_trade ~ ln_dist + RTA + EU | Exporter + Importer,
  data = dplyr::filter(data, Year == 2023, ln_trade != -Inf)
)
```

推定コード：Panel・HDFE Gravity

```
# Panel Gravity (輸出国 × 年・輸入国 × 年固定効果)
panel <- fixest::feols(
  ln_trade ~ ln_dist + RTA + EU |
    Exporter^Year + Importer^Year,
  data = dplyr::filter(data, ln_trade != -Inf)
)
# HDFE Gravity (二国間ペア固定効果を追加)
hdfe <- fixest::feols(
  ln_trade ~ RTA + EU |
    Exporter^Year + Importer^Year + Exporter^Importer,
  data = dplyr::filter(data, ln_trade != -Inf)
)
```

推定コード：PPML（前処理）

```
# 因子型への変換（固定効果用）
data$Exporter <- as.factor(data$Exporter)
data$Importer <- as.factor(data$Importer)
data$Year      <- as.factor(data$Year)
# 数値型への変換（行列・被説明変数用）
data$RTA       <- as.numeric(data$RTA)
data$EU        <- as.numeric(data$EU)
data$Trade     <- as.numeric(data$Trade)
```

推定コード：PPML（推定）

```
multiplicative <- penppml::hdfeppl_int(  
  y = data$Trade,  
  x = data.matrix(data[, c("RTA", "EU")]),  
  fes = list(  
    interaction(data$Exporter, data$Year),  
    interaction(data$Importer, data$Year),  
    interaction(data$Exporter, data$Importer)  
  )  
)
```

Table 1 のコード

```
modelsummary::modelsummary(  
  list("Naive" = naive, "Structural" = structural,  
       "Panel" = panel, "HDFE" = hdfs),  
  output = "kableExtra", stars = TRUE,  
  gof_omit = "R2 Adj|R2 Within|AIC|BIC|Log|^F|RMSE|Std",  
  title = "Table 1: Gravity Model Estimates"  
)
```

推定結果：Table 1

	(1) Naive	(2) Structural	(3) Panel	(4) HDFE	(5) Multiplicative
\ln_dist	-1.179**	-1.473**	-1.583**		
RTA	0.664**	0.236**	0.147**	0.103**	0.076**
EU	0.900**	-0.261*	-0.526**	0.427**	0.273**
N	9,564	9,564	288,085	288,085	320,920
R^2	0.643	0.759	0.772	0.897	—

Naive Gravity の結果の解釈

▶ **ln_dist** ($\hat{\beta}_2 = -1.179$) : 距離が1%増加すると貿易は約1.18%減少する

▶ **RTA** ($\hat{\beta}_1 = 0.664$) : RTA は貿易を約94%増加させる

$$[\exp(0.664) - 1] \times 100 = 94.25\%$$

▶ **EU** ($\hat{\beta}_3 = 0.900$) : EU 加盟は貿易をさらに大きく増加させる (RTA 効果と比較してみよう)

▶ **ln_gdp_exp, ln_gdp_imp** (各約1.35, 1.14) : GDP が大きいほど貿易は増加する

▶ $R^2 = 0.643$: たった5つの説明変数で64%の分散を説明できる

Structural Gravity の結果の解釈

列 (2) では輸出国・輸入国固定効果を使用 (GDP は除外)

▶ **ln_dist** (-1.473) : 距離効果の絶対値が拡大する (多角的貿易費用のコントロール効果)

▶ **EU** (-0.261) : EU の係数が**負**になる

→ 多角的貿易費用を考慮すると、EU 加盟国は非 EU 国よりも相対的に孤立していないため、EU 効果は小さく見える (さらに符号も変わる)

→ これはモデルの誤りではなく、理論的に予測されることである

▶ $R^2 = 0.759$: 当てはまりが改善する

Panel・HDFEの比較

Panel (列3) :

- ▶ データ量が大幅増加 ($N = 288,085$)
- ▶ EU係数が大きく負：時変固定効果でコントロールするが、二国間時不変費用は未考慮

HDFE (列4) :

- ▶ 二国間ペア固定効果を追加 → \ln_dist が不要に
- ▶ EU係数が正 (0.427) に転じる：EU効果を適切に識別できている
- ▶ $R^2 = 0.897$ ：当てはまりが大幅改善

Multiplicative (PPML) の比較

Multiplicative / PPML (列 5) :

- ▶ ゼロ貿易を含む全観測値 ($N = 320,920$) を使用
- ▶ RTA (0.076 \approx 8% 増)、EU (0.273 \approx 31% 増) の効果を推定
- ▶ R^2 は報告されない (非線形推定量)

標準誤差のクラスタリングについて

- ▶ 重力推定で標準誤差をどう扱うかは確立された慣行がない
- ▶ 著者の推奨：推定コマンドに
`cluster(Exporter#Importer)` オプションを追加する
- ▶ 係数の推定値は変わらず、標準誤差のみ変化する（小さくも大きくもなりうる）
- ▶ 異論があれば「Blame it on Yotov!」と答えてよい

総括：最終的な推定モデル（Equation 9 再掲）

$$\text{TRADE}_{ij,t} = \exp[\beta_1 \text{RTA}_{ij,t} + \beta_2 \text{EU}_{ij,t} + \gamma_{ij} + \pi_{i,t} + \psi_{j,t}] \times \varepsilon_{ij,t}$$

このモデルを理解・実装できれば、以下が可能になる：

- ▶ **時変の二国間政策**（制裁・関税同盟など）の効果を推定できる
- ▶ **時不変の二国間要因**（距離・植民地関係など）の効果も、ペア固定効果を除くだけで推定できる
- ▶ **実証的な貿易論文・政策分析**の大部分を理解し再現できる

まとめ

まとめ

- ▶ **重力方程式**は貿易研究・政策分析の「主力モデル」であり、学部生にとっても学ぶ価値が高い
- ▶ **理論** (Section 2)：同一の重力方程式が多くの理論から導出される。多角的貿易費用・集計レベルの柔軟性・時変性・産出 vs. 支出の区別が重要な理論的含意である
- ▶ **推定** (Section 3)：Naive → Structural → Panel → HDFE → Multiplicative (PPML) の段階的發展。各ステップで理論的含意を計量モデルに組み込む
- ▶ **実証** (Section 4)：距離は貿易を有意に減少させる。RTA と EU は (適切に推定すれば) 貿易を有意に増加させる

参考文献

- ▶ Anderson, J.E. (1979). "A Theoretical Foundation for the Gravity Equation." *AER* 69(1): 106–116.
- ▶ Anderson, J.E. & van Wincoop, E. (2003). "Gravity with Gravitas." *AER* 93(1): 170–192.
- ▶ Arkolakis, C., Costinot, A. & Rodriguez-Clare, A. (2012). "New Trade Models, Same Old Gains?" *AER* 102(1): 94–130.
- ▶ Eaton, J. & Kortum, S. (2002). "Technology, Geography and Trade." *Econometrica* 70(5): 1741–1779.
- ▶ Larch, M., Shikher, S. & Yotov, Y.V. (2025). "Estimating Gravity Equations." CGPA Working Paper 2025001.
- ▶ Santos Silva, J.M.C. & Tenreyro, S. (2006). "The Log of Gravity." *REStat* 88(4): 641–658.
- ▶ Tinbergen, J. (1962). *Shaping the World Economy*. New York: Twentieth Century Fund.
- ▶ Yotov, Y.V. (2024). "The evolution of structural gravity." *Contemporary Economic Policy* 42(4): 578–603.
- ▶ Yotov, Y.V., Piermartini, R., Monteiro, J.A. & Larch, M. (2016). *An Advanced Guide to Trade Policy Analysis*. UNCTAD and WTO.