# 第 14 章: 発展的なパネルデータ法

Jeffrey Wooldridge (2016).
Introductory Econometrics: A Modern Approach
Seventh Edition. Cengage Learning.

2026-03-06

# 準備

# 必要なパッケージの読み込み

- wooldridge パッケージの読み込み

```
library(wooldridge)
```

- plm パッケージの読み込み（パネルデータ分析に使用）

```
library(plm)
```

# 14-1 固定効果推定

# 固定効果変換 (Fixed Effects Transformation)

- モデル: $y_{it} = \beta_1 x_{it} + a_i + u_{it}, \quad t = 1, 2, \ldots, T$ [14.1]
- 個体 $i$ に関して時間平均をとると：

$$\bar{y}_i = \beta_1 \bar{x}_i + a_i + \bar{u}_i [14.2]$$

- [14.1] から [14.2] を引く（**固定効果変換** / within 変換）：

$$\ddot{y}_{it} = \beta_1 \ddot{x}_{it} + \ddot{u}_{it}, \quad t = 1, 2, \ldots, T [14.3]$$

- $\ddot{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$：**時間平均除去データ** (time-demeaned data)
- $a_i$ が消去される ⇒ OLS で $\beta_1$ を一致推定できる

# 固定効果推定量の特性

- [14.3] を Pooled OLS で推定したものが**固定効果推定量（within 推定量）**
- **時間不変の変数**（出生地、性別など）は時間平均除去によって消去され、推定不可能
- 厳密外生性仮定（$\mathrm{E}(u_{it}|\mathbf{X}_i, a_i) = 0$）のもとで不偏・一致
- $a_i$ と $x_{it}$ が任意に相関していても構わない（第 13 章の FD と同じ強み）
- 自由度: $df = NT - N - k = N(T-1) - k$（時間平均除去により個体ごとに自由度を 1 失う）

# 複数の説明変数への拡張

- 一般的な観測不能効果モデル [14.4]:

$$y_{it} = \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \cdots + \beta_k x_{itk} + a_i + u_{it}$$

- 各変数を時間平均除去 ⇒ [14.5]:

$$\ddot{y}_{it} = \beta_1 \ddot{x}_{it1} + \beta_2 \ddot{x}_{it2} + \cdots + \beta_k \ddot{x}_{itk} + \ddot{u}_{it}$$

- これを Pooled OLS で推定する

# 例 14.1: 職業訓練が不良品率に与える影響 (JTRAIN)

- データ: 54 社 × 3 年（1987〜1989 年）
- 従属変数: $\log(scrap_{it})$（不良品率の対数）
- 説明変数: 年ダミー $d88$, $d89$, 補助金 $grant$, ラグ補助金 $grant_{-1}$
- $df = 54(3-1) - 4 = 104$

```
data(jtrain)
pdata_jt <- pdata.frame(jtrain, index = c("fcode", "year"))
res_fe141 <- plm(lscrap ~ d88 + d89 + grant + grant_1,
                 data = pdata_jt, model = "within",
                 na.action = na.omit)
summary(res_fe141)$coefficients
```

```
##            Estimate Std. Error   t-value   Pr(>|t|)
## d88     -0.08021567  0.1094751 -0.7327297 0.46537158
## d89     -0.24720279  0.1332183 -1.8556220 0.06633916
## grant   -0.25231487  0.1506290 -1.6750751 0.09692392
## grant_1 -0.42158951  0.2102000 -2.0056593 0.04748974
```

# 例 14.1: 結果の解釈

- $\hat{\beta}_{grant_{-1}} \approx -0.422$：前年に補助金を受けると不良品率が約 34%低下 [$\exp(-0.422) - 1 \approx -0.344$]、5%水準で有意
- $\hat{\beta}_{grant} \approx -0.252$：当年補助金は 10%水準で有意（即時効果は小さい）
- $d89$ の係数が負 $\Rightarrow$ 補助金とは無関係に 1989 年の生産性は上昇 $\Rightarrow$ 年ダミーを含めることの重要性

# 例 14.2: 教育収益率の時間変化 (WAGEPAN)

- データ: 545 人 × 8 年（1980〜1987 年)、WAGEPAN
- 固定効果では educ（時間不変）は推定不可 ⇒ educ × 年ダミー の交差項を使用

```
data(wagepan)
pdata_wp <- pdata.frame(wagepan, index = c("nr", "year"))
res_fe142 <- plm(lwage ~ married + union + exper + expersq +
                   d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87 +
                   I(educ * d81) + I(educ * d82) + I(educ * d83) +
                   I(educ * d84) + I(educ * d85) + I(educ * d86) +
                   I(educ * d87),
                 data = pdata_wp, model = "within")
# 交差項の係数のみ表示
coef(res_fe142)[grep("educ", names(coef(res_fe142)))]
```

```
## I(educ * d81) I(educ * d82) I(educ * d83) I(educ * d84) I(educ * d85
##   0.004990619   0.001650951  -0.002662147  -0.009825689  -
0.009214474
## I(educ * d86) I(educ * d87)
```

# 例 14.2: 解釈

- $d87 \cdot educ$ の係数 $\approx 0.030$（$t \approx 2.48$）：最大
- 1987 年の教育収益率は基準年（1980 年）より約 3%ポイント高い
- 交差項 7 本の結合有意性検定: $p$値 $\approx 0.28$（まとめて有意でない）
- 教育収益率は 1980〜1987 年を通じてほぼ一定という結論

# 14-1a ダミー変数回帰

# ダミー変数回帰 (Dummy Variable Regression)

- $a_i$ を各個体のパラメータとして推定する伝統的な方法
- $N$ 個の切片ダミー変数を説明変数に含めて OLS 推定 ⇒ **ダミー変数回帰**
- **重要な性質**: ダミー変数回帰は固定効果推定量と**全く同じ** $\hat{\beta}_j$ を与える
- 固定効果推定後、各個体の固定効果の推定値 [14.6]:

$$\hat{a}_i = \bar{y}_i - \hat{\beta}_1 \bar{x}_{i1} - \cdots - \hat{\beta}_k \bar{x}_{ik}$$

- $N$ が大きい場合、ダミー変数回帰は非実用的（変数が多すぎる）

# 14-1b 固定効果 vs 1 階差分

# 固定効果法 (FE) と 1 階差分法 (FD) の比較

| 特徴 | FE (固定効果) | FD (1 階差分) |
|---|---|---|
| $T = 2$ のとき | **同一** | **同一** |
| $T \geq 3$ のとき | 異なる推定量 | 異なる推定量 |
| $u_{it}$ が系列無相関 | **効率的** | 非効率 |
| $u_{it}$ がランダムウォーク | 非効率 | **効率的** |
| 測定誤差に対する感度 | 高い | 高い |

- $T = 2$: FE と FD は同一 $\Rightarrow$ どちらでも良い
- $T \geq 3$: $u_{it}$ の系列相関構造で選択
  - 系列無相関 $\Rightarrow$ FE が優れる
  - ランダムウォーク的正の系列相関 $\Rightarrow$ FD が優れる

# 14-1c 不均衡パネル

# 不均衡パネルの固定効果推定

- **不均衡パネル (unbalanced panel)**: 一部の個体で欠損期間がある
- 個体 $i$ の観測期間数を $T_i$ とすると、総観測数 $= T_1 + T_2 + \cdots + T_N$
- 時間平均除去は個体ごとに $T_i$ 期間の平均を使う
- 固定効果推定は不均衡パネルでも同様に適用可能
- 注意: 欠損が**自己選択的**（離脱が誤差項と相関）な場合はバイアスが生じる
  - ただし FE は $a_i$ と選択指標の相関を許容するため、FD より頑健な場合がある

# 例 14.3: 不均衡パネルでの職業訓練効果 (JTRAIN)

- sales（売上の対数）と employ（従業員数の対数）を追加
- 3 社が完全に脱落、5 観測が追加欠損 ⇒ $n = 148$

```r
res_fe143 <- plm(lscrap ~ d88 + d89 + grant + grant_1 +
                   lsales + lemploy,
                 data = pdata_jt, model = "within",
                 na.action = na.omit)
summary(res_fe143)$coefficients[c("grant", "grant_1"), ]
```

```
##           Estimate Std. Error   t-value   Pr(>|t|)
## grant   -0.2967542  0.1570861 -1.889119 0.06206040
## grant_1 -0.5355783  0.2242060 -2.388778 0.01896951
```

- $\hat{\beta}_{grant} \approx -0.297$、$\hat{\beta}_{grant\_1} \approx -0.536$：基本結果と整合的

# 14-2 変量効果モデル

# 変量効果モデルの設定

- 同じ不観測効果モデルから出発 [14.7]:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it1} + \cdots + \beta_k x_{itk} + a_i + u_{it}$$

- **変量効果 (RE) の仮定** [14.8]:

$$\mathrm{Cov}(x_{itj}, a_i) = 0, \quad t = 1, \ldots, T; \ j = 1, \ldots, k$$

- $a_i$ がすべての説明変数と無相関と仮定 $\Rightarrow$ $a_i$ を誤差項に含める
- **合成誤差項**: $v_{it} = a_i + u_{it}$
- $a_i$ が各期間の誤差に入るため、$v_{it}$ は時間を通じて正の系列相関を持つ

# GLS 変換（準時間平均除去）

- 合成誤差の系列相関を除去するため一般化最小二乗法 (GLS) を適用
- 変換パラメータ [14.10]:

$$\theta = 1 - \left[\sigma_u^2/(\sigma_u^2 + T\sigma_a^2)\right]^{1/2}$$

- 変換後の方程式 [14.11]:

$$y_{it} - \theta\bar{y}_i = \beta_0(1-\theta) + \beta_1(x_{it1} - \theta\bar{x}_{i1}) + \cdots + (v_{it} - \theta\bar{v}_i)$$

- **quasi-demeaned（準時間平均除去）データ**に基づく Pooled OLS ⇒ **変量効果推定量**
- $\theta = 0$: Pooled OLS と同一
- $\theta = 1$: 固定効果推定量と同一

# 例 14.4: 賃金方程式 (WAGEPAN)

- 3 手法（Pooled OLS, RE, FE）の比較

```
# Pooled OLS（参考）
res_pols <- plm(lwage ~ educ + black + hisp + exper + expersq +
                  married + union +
                  d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87,
                data = pdata_wp, model = "pooling")
# 変量効果 (RE)
res_re <- plm(lwage ~ educ + black + hisp + exper + expersq +
                married + union +
                d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87,
              data = pdata_wp, model = "random")
# 固定効果 (FE)
res_fe <- plm(lwage ~ expersq + married + union +
                d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87,
              data = pdata_wp, model = "within")
```

# 例 14.4: 結果の比較

```r
# 時間変動変数の係数比較
vars <- c("expersq", "married", "union")
rbind(
  POLS = coef(res_pols)[vars],
  RE   = coef(res_re)[vars],
  FE   = coef(res_fe)[vars]
)
```

```
##           expersq    married      union
## POLS -0.002411703 0.10825295 0.18246128
## RE   -0.004723943 0.06398602 0.10613443
## FE   -0.005185498 0.04668036 0.08000186
```

# 例 14.4: 解釈

- $\hat{\theta} \approx 0.643$：RE は Pooled OLS と FE の中間
- `married` の係数: POLS(0.108) $>$ RE(0.064) $>$ FE(0.047)
  - 能力の高い人が結婚しやすい $\Rightarrow$ POLS/RE は上方バイアス
- `union` の係数: POLS(0.182) $>$ RE(0.106) $>$ FE(0.080)
  - 組合効果の一部は個人固有特性に起因
- FE では `educ`, `black`, `hispan` は時間不変のため推定不可

# 14-2a 変量効果 vs Pooled OLS

# 変量効果と Pooled OLS の選択

- Breusch-Pagan (1980) 検定: $H_0 : \sigma_a^2 = 0$（個体効果が存在しない）
- $\sigma_a^2 = 0$ なら観測不能効果なし $\Rightarrow$ Pooled OLS が適切
- ただし、この検定はあくまで $\sigma_a^2 > 0$ を確認するもの
  - $\sigma_a^2 > 0$ でも $a_i$ が $x_{it}$ と相関していれば RE/POLS ともに不一致
- **実務上の含意**: RE は Pooled OLS より好まれることが多い（特に誤差構造が RE 仮定に近い場合）
  - 系列相関の除去により効率的
  - $a_i$ の一部を誤差項から除去 $\Rightarrow$ バイアスを軽減

# 14-2b 変量効果 vs 固定効果

# FE vs RE の選択基準

- **FE**: $a_i$ と $x_{it}$ が相関していてもよい $\Rightarrow$ より頑健
- **RE**: $a_i$ と $x_{it}$ が無相関という仮定が必要 $\Rightarrow$ 効率的（標準誤差が小さい）
- **RE を選ぶ場合**: 主要な説明変数が時間不変（例: educ）$\Rightarrow$ FE では推定不可
- **Hausman (1978) 検定**: RE 仮定 [14.8] が成立しているか検定

$$H_0 : \mathrm{Cov}(x_{itj}, a_i) = 0 \quad \forall j$$

# Hausman 検定の実施

```r
# Hausman 検定（同じ変数セットで FE と RE を推定）
res_re_h <- plm(lwage ~ expersq + married + union +
                  d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87,
                data = pdata_wp, model = "random")
res_fe_h <- plm(lwage ~ expersq + married + union +
                  d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87,
                data = pdata_wp, model = "within")
phtest(res_fe_h, res_re_h)
```

```
##
##  Hausman Test
##
## data:  lwage ~ expersq + married + union + d81 + d82 + d83 + d84 + d
## chisq = 37.01, df = 10, p-value = 5.637e-05
## alternative hypothesis: one model is inconsistent
```

- $p$値 が小さい ⇒ RE 仮定を棄却 ⇒ FE を採用

# 14-3 相関変量効果アプローチ

# CRE アプローチの基本アイデア

- $a_i$ が観測変数と相関することを明示的にモデル化
- $a_i$ と $\{x_{it}\}$ の相関を、時間平均 $\bar{x}_i$ との線形関係で表す [14.12]:
$$a_i = \alpha + \gamma \bar{x}_i + r_i, \quad \text{Cov}(\bar{x}_i, r_i) = 0$$
- これを元のモデルに代入 [14.14]:
$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \gamma \bar{x}_i + r_i + u_{it}$$
- $\bar{x}_i$ **を追加して RE 推定** $\Rightarrow$ **相関変量効果 (CRE) 推定量**

# CRE と FE の等価性

- **重要な結果** [14.16]: CRE 推定量は FE 推定量と**同一**

$$\hat{\beta}_{CRE} = \hat{\beta}_{FE}$$

- CRE アプローチの利点:
  1. **時間不変変数の係数**を推定できる（$\delta_j$ として）
  2. **RE vs FE 検定**の形式的な枠組みを提供 ($H_0 : \gamma = 0$)
  3. 不均衡パネルへの拡張が容易

# CRE の推定: WAGEPAN

```
# 時間変動変数の個体平均を計算
wagepan$mean_expersq <- ave(wagepan$expersq, wagepan$nr)
wagepan$mean_married <- ave(wagepan$married, wagepan$nr)
wagepan$mean_union   <- ave(wagepan$union, wagepan$nr)

pdata_wp2 <- pdata.frame(wagepan, index = c("nr", "year"))

res_cre <- plm(lwage ~ expersq + married + union +
                 mean_expersq + mean_married + mean_union +
                 d81 + d82 + d83 + d84 + d85 + d86 + d87,
               data = pdata_wp2, model = "random")
# 時間平均変数の係数（γ の推定値）
coef(res_cre)[c("mean_expersq", "mean_married", "mean_union")]
```

```
## mean_expersq mean_married   mean_union
##   0.003212666  0.161764098  0.161241547
```

# CRE: RE vs FE の検定

- $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_k = 0$（RE で十分）[14.19]
- 時間平均変数 $\bar{x}_{i1}, \ldots, \bar{x}_{ik}$ が全て統計的に有意でなければ RE を採用

```
# 時間平均変数の結合有意性検定（Wald 検定）
library(car)
linearHypothesis(res_cre,
                 c("mean_expersq = 0",
                   "mean_married = 0",
                   "mean_union = 0"))
```

```
##
## Linear hypothesis test:
## mean_expersq = 0
## mean_married = 0
## mean_union = 0
##
## Model 1: restricted model
## Model 2: lwage ~ expersq + married + union + mean_expersq + mean_mar
```

# 14-4 パネルデータを用いた政策分析

# 一般的な政策分析フレームワーク [14.22]

$$y_{it} = \eta_1 + \alpha_2 d2_t + \cdots + \alpha_T dT_t + \beta w_{it} + \mathbf{x}_{it}\psi + a_i + u_{it}$$

- $w_{it}$: 介入指標（ $w_{it} = 0$ または 1）
- $\beta$: 政策効果（関心パラメータ）
- $\mathbf{x}_{it}$: その他の時変コントロール変数
- FE または FD で推定（$a_i$ と $w_{it}$ の相関を許容）
- DiD（第 13 章）は $T = 2$ の特殊ケース

# 動的効果の推定 [14.24]

- $t-1$、$t-2$ 期までのラグ効果を含む動的モデル:

$$y_{it} = \eta_1 + \sum_{t=2}^{T} \alpha_t dt_t + \beta_0 w_{it} + \beta_1 w_{i,t-1} + \beta_2 w_{i,t-2} + \mathbf{x}_{it}\psi + a_i + u_{it}$$

- 長期効果: $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2$

# 因果分析の注意点

- $w_{it}$ が過去の誤差項に反応する場合（フィードバック）⇒ 厳密外生性違反
- **検定方法**: $w_{i,t+1}$（次期の政策）を追加し、有意かどうかを確認 [14.25]
  - 有意 ⇒ フィードバックの存在、FE/FD の結果に注意が必要
- **偽造検定 (Falsification Test)**: 例えば、今年の介入が去年の成果を予測すべきでない

# 異質トレンドモデル (Heterogeneous Trend Model) [14.26]

- 個体固有の時間トレンド $g_i t$ が存在する場合:

$$y_{it} = \eta_1 + \sum_{t=2}^{T} \alpha_t dt_t + \beta w_{it} + \mathbf{x}_{it}\psi + a_i + g_i t + u_{it}$$

- 1 階差分で $a_i$ を除去 ⇒ $g_i$ が残る [14.27]:

$$\Delta y_{it} = \sum_{t=2}^{T} \alpha_t \Delta dt_t + \beta \Delta w_{it} + \Delta \mathbf{x}_{it}\psi + g_i + \Delta u_{it}$$

- FE を再度適用して $g_i$ を除去 ⇒ 最低 $T \geq 3$ が必要

# 14-5 他のデータ構造への応用

# マッチドペアとクラスターサンプル

- パネルデータ手法は**時間**以外の構造にも応用可能
- **マッチドペア** (matched pairs): 例) 兄弟・双子ペアの差分
  - 家族固有効果 $a_f$ を消去
  - 例: 十代妊娠が将来所得に与える影響（姉妹ペア差分）
- **クラスターサンプル** (cluster sample): 個体がクラスター（学校、企業）から抽出
  - クラスターが「個体」、クラスター内観測が「時点」に対応
  - クラスター効果を固定効果または差分で除去

# クラスターサンプルにおける注意点

- 政策変数 $w_{it}$ がクラスター**内**で変動しない場合（例: 教師の質の効果）⇒ 固定効果は使えない ⇒ 変量効果（または Pooled OLS + クラスター標準誤差）
- クラスターを無視して OLS を使う場合 ⇒ 標準誤差が過小（過信）⇒ **クラスター頑健標準誤差 (cluster-robust SE)** を使う
- Pooled OLS でクラスター頑健標準誤差を使うことで対処可能

# クラスター頑健標準誤差の適用場面

- クラスタリングが正当化されるのは**真のクラスターサンプルの場合**
  - 無作為サンプルをグループに事後分割しても正当化されない
- **政策変数がグループレベルで変化する場合**（例: 最低賃金法）
  - 処置の割り当て不確実性を考慮するためクラスタリングが適切

# まとめ

# 第 14 章のまとめ

| 手法 | $a_i$ と $x_{it}$ の相関 | 時間不変変数 | 効率性 |
|---|---|---|---|
| Pooled OLS | 不可 | 推定可 | 低 |
| 固定効果 (FE) | 許容 | 推定不可 | 中 |
| 1 階差分 (FD) | 許容 | 推定不可 | 中 |
| 変量効果 (RE) | 不可（仮定） | 推定可 | 高 |
| 相関変量効果 (CRE) | 許容 | 推定可 | 中 |

# まとめ（続き）

- **FE vs FD**: $u_{it}$ が系列無相関 ⇒ FE 優位；ランダムウォーク ⇒ FD 優位
- **RE vs FE**: Hausman 検定または CRE アプローチで選択
- **CRE**: FE の点推定を維持しつつ、時間不変変数の係数と RE vs FE の検定を提供
- **政策分析**: 処置指標を適切に定義すれば DiD は FE の特殊ケース；動的効果・フィードバック検定も重要
- **他のデータ構造**: 兄弟ペア、クラスターサンプルにも同様の手法が適用可能